

Ten einde uit deze 14 metingen een globale formule af te leiden is, evenals dit in het gedrukte verslag der in 1908 en 1909 verrichte metingen op blz. 36 is geschied, uitgegaan van de onderstelling dat, onder overigens gelijke omstandigheden, de aanvoer ongeveer recht evenredig met het tijverschil kan worden gesteld. Uit een vergelijking van onder overigens vrijwel gelijke omstandigheden doch bij verschillend tijverschil verrichte metingen bleek, dat voor deze onderstelling voldoende grond bestaat.

Daar bij een bepaald verhang de stroomsnelheid ongeveer evenredig is met den wortel uit de diepte en voorts de aanvoer gelijk is aan den profielsinhoud \times stroomsnelheid, is de aanvoer Q behalve met het tijverschil Y ook evenredig gesteld aan den profielsinhoud w en aan den wortel uit de gemiddelde diepte H . Voor den profielsinhoud is genomen het gemiddelde profiel bij H.W. over een lengte van 4 K.M. in de Doorgraving, bepaald uit de 5 profielen in de raaien 168—172.

Bij een zelfden afvoer van de bovenrivier wordt dus de vergelijking:

$$Q = a Y w \sqrt{H}$$

Daar de breedte in de jaren 1885—1917 vrijwel hetzelfde n.l. \pm 600 M. is gebleven, is voor de gemiddelde diepte genomen $H = \frac{w}{600}$.

Uit de 14 waarnemingen werd zonder te letten op den stand der bovenrivier, als gemiddelde voor $a = \frac{Q}{Y w \sqrt{H}}$ gevonden 0.0026 waar- bij Q in millioenen M^3 . en Y , w en H in meters waren uitgedrukt.

De gemiddelde stand der bovenrivier te Arnhem bedroeg $A = 909$ c.M. + N.A.P.

Om nu den invloed van de bovenrivier te bepalen, werden de afwijkingen van den waargenomen aanvoer Q_w en den berekenden aanvoer $Q_b = 0.0026 Y w \sqrt{H}$ ingedeeld in twee groepen, één met een stand der bovenrivier A groter dan 909 en een met A kleiner dan 909.

Deze indeeling gaf het volgende resultaat.

Aantal waarnemingen.	A gem.	$\Delta Q_w - Q_b$.
	c M. + N.A.P.	Millioen M^3 .
9	868	+ 2.1
5	982	- 3.2

Indien men de correctie voor den stand der bovenrivier evenredig aan dien stand stelt, hetgeen voor niet te groote afwijkingen van den gemiddelden stand geoorloofd is, dan volgt uit bovenstaande cijfers voor den stand der bovenrivier een correctie:

$$\frac{909 - A}{982 - 868} \times 5.3 \text{ millioen } M^3.$$

Herleidt men deze correctie in plaats van op een rivierstand van 909 c.M. + N.A.P. op dien van 900 c.M. + N.A.P., zooals ook bij alle voorgaande berekeningen is geschied, dan wordt de correctie

$$0.4 - 0.046 (A - 900).$$

De formule voor den aanvoer Q bij vloed te Hoek van Holland in millioen M^3 . wordt dan ten slotte:

$$Q = 0.4 + 0.0026 Y w \sqrt{H} - 0.046 (A - 900)$$

waarin:

Y = tijverschil in M.

w = profielsinhoud bij H.W. in M^2 .

H = gem. diepte bij H.W., in M.

A = rivierstand te Arnhem één dag te voren in c.M. + N.A.P.

In achterstaanden staat zijn de verschillende gebruikte gegevens vermeld.

De middelbare afwijking bedraagt 7.3 pct., hetgeen er op wijst, dat deze formule slechts als een globale benadering mag worden beschouwd.

Onderzocht is nog, of ook een bepaalden invloed van het op het H.W. volgende L.W. viel af te leiden. Het vermoeden toch schijnt niet geheel ongegrond, dat bij een hoog volgend L.W. de aanvoer grooter zal zijn dan bij een laag volgend L.W.

Bij dat laatste geval zal het water na H.W. veelal sneller dalen en de eb eerder intreden dan bij een hoog volgend L.W.

De afwijkingen $\Delta Q_w - Q_b$ gerangschikt volgens de grootte van het verschil H.W. — volgend L.W., gaven wel eenige aanwijzing in deze richting; gevonden werd n.l. het volgende.

Aantal waarnemingen.	Gemiddeld verschil H.W. — volgend L.W.	$\Delta Q_w - Q_b$.
	c.M.	Millioen M^3 .
9	147	+ 1.8
5	176	- 2.7

Waar de formule echter slechts als globaal kan worden beschouwd, zal het aanbrengen van een correctie voor dezen invloed, bepaald uit een betrekkelijk gering aantal waarnemingen, nog geen voldoende waarde hebben.

Slechts uit een veel grooter aantal waarnemingen zal het mogelijk zijn een meer nauwkeurige formule af te leiden.

den Haag 3 April 1918.

Het lid der Commissie,

C. W. LELY.

Staat met gegevens gebruikt voor de afleiding van een

formule voor den aanvoer bij vloed te Hoek van Holland.

Behoort bij bijlage 23.

DATUM.	Hoek van Holland.			Doorgraving (K.M. 168-172).			$Y w \sqrt{H}$	0.0026 $Y w \sqrt{H}$	Arnhem 1 dag te voren A	A - 900	- 0.046 (A - 900)	Berekende aanvoer $Q_b =$ $= 0.4 + 0.0026 \times$ $Y w \sqrt{H} - 0.046 \times$ (A - 900)	Waar- genomen aanvoer Q_w	$\Delta Q_w - Q_b$		Δ^2
	L.W.	H.W.	Tijverschil Y	Gem. profiels- inhoud bij H.W. w	Gem. diepte $H = \frac{w}{600}$	\sqrt{H}								millioen M ³ .	pet.	
	c.M. + N.A.P.	c.M. + N.A.P.	M.	M ² .	M.			c.M. + N.A.P.	c.M.			millioen M ³ .	millioen M ³ .			
5 Juni 1885	- 92	67	1.59	3100	5.17	2.27	11190	29.1	835	- 65	3.0	32.5	30.3	- 2.2	- 7.2	51.8
6 Juni 1885	- 81	99	1.80	3290	5.48	2.34	13860	36.0	836	- 64	2.9	39.3	40.9	1.6	3.9	15.2
8 Juni 1885	- 83	80	1.63	3175	5.29	2.30	11900	30.9	844	- 56	2.6	33.9	35.7	1.8	5.1	26.0
9 Juni 1885	- 81	80	1.61	3175	5.29	2.30	11760	30.6	846	- 54	2.5	33.5	35.3	1.8	5.1	26.0
17 Juli 1891	- 81	74	1.55	4000	6.67	2.58	16000	41.6	1039	139	- 6.4	35.6	35.5	- 0.1	- 0.3	0.1
23 Juli 1891	- 68	87	1.55	4080	6.80	2.61	16510	42.9	956	56	- 2.6	40.7	35.6	- 5.1	- 14.3	204.1
3 Augustus 1897	- 73	71	1.44	3965	6.61	2.57	14670	38.1	882	- 18	0.8	39.3	38.7	- 0.6	- 1.6	2.6
4 Augustus 1897	- 120	78	1.98	4010	6.68	2.58	20490	53.3	887	- 13	0.6	54.3	48.0	- 6.3	- 13.1	171.6
4 Augustus 1897	- 86	66	1.52	3935	6.56	2.56	15310	39.8	887	- 13	0.6	40.8	40.0	- 0.8	- 2.0	4.0
23 Juni 1908	- 100	87	1.87	4195	6.99	2.64	20710	53.8	902	2	- 0.1	54.1	56.1	2.0	3.6	13.0
21 Juli 1909	- 56	92	1.48	4225	7.04	2.65	16570	43.1	1063	163	- 7.5	36.0	35.1	- 0.9	- 2.6	6.8
30 September 1910	- 36	84	1.20	4175	6.96	2.63	13180	34.3	913	13	- 0.6	34.1	36.4	2.3	6.3	39.7
9 Augustus 1916	- 91	58	1.49	4190	6.98	2.64	16480	42.8	896	- 4	0.2	43.4	48.0	4.6	9.6	92.2
31 Mei 1917	- 82	70	1.52	4260	7.10	2.66	17220	44.8	937	37	- 1.7	43.5	48.1	4.6	9.6	92.2
														$\Sigma \Delta^2$	745.3	
														$\sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{14}}$	7.3 pct.	

De berekening van windkracht bij gegeven gradient en windrichting.

In de eerste vergadering van Afdeling A der Staatscommissie gaf ondergeteekende het voornemen te kennen, voor stormvloeddagen uit oudere jaren, waarvoor de windkrachtwaarnemingen moeilijk met de tegenwoordige zouden kunnen vergeleken worden, de gradienten der luchtdrukking te doen berekenen, om daarnaar den gemiddelden wind te beoordeelen.

Aangezien het verband van den gemiddelden wind met den gradient in het algemeen van vrij samengestelden aard is, was het gewenscht afzonderlijk te onderzoeken, hoe dat verband is bij de bijzondere weerstoestanden, welke stormvloed veroorzaken.

Hierbij is als volgt te werk gegaan :

Als perioden van vergelijking van wind en gradient werden gekozen tijdvakken van 6 uur, teruggaande van het oogenblik van den hoogsten stormvloedstand tot 30, in eenige gevallen 54 uur vroeger.

De gradient werd berekend uit de uurwaarnemingen van de luchtdrukking te Helder, Groningen, De Bilt en Vlissingen 3 uur, 9 uur, enz. vóór den stormvloed, met behulp van de grafische tabellen, ontworpen door wijlen Prof. Dr. C. H. WIND, (Uitgaven van het Kon. Ned. Meteor. Instituut No. 91 en 102, Mededeelingen en Verhandelingen, No. 2), waarbij dus voor twee driehoeken een gradient werd verkregen, waarvan het gemiddelde werd bepaald.

Voor den wind werd voor het naastliggende tijdvak van ongeveer 6 uur het gemiddelde genomen van de waarden voor Helder en Vlissingen, opgegeven in de tabellen bijlage 29. Aanvankelijk werd daarbij genoteerd het richtingsverschil van deze beide winden, maar bij de uitwerking bleek het niet noodig daarmee rekening te houden.

Op deze wijze zijn uit het tijdvak 1898—1915 verkregen 256 bijeenbehorende stellen van waarden voor windrichting en windkracht, en voor sterkte en richting van den gradient.

In eerste benadering wordt aangenomen, dat de windkracht, in de BEAUFORT-schaal uitgedrukt, kan worden voorgesteld door het dubbele van den gradient, uitgedrukt in m.M. kwik druk per graad of 111 K.M. Berekent men, zooals in onze tabellen gebruikelijk is, den gradient per 100 K.M., dan wordt de factor 2.2. In de eerste plaats werden daarom de waarden voor de windkracht verminderd met het product van den gradient en het getal 2.2. De aldus verkregen afwijkingen werden gerangschikt naar de gradientrichting

Als voorbeeld kiezen wij in de eerste plaats den storm van 13/14 Januari 1916. De gradient bereikte toen de hoogste waarde 5.2 m.M. per 100 K.M. te 4 uur n.m., bij een richting N 24° O, terwijl de windrichting W—WNW. was. Hier hebben wij dus een gemiddelde afwijking 0.6 à 0.7, een hoek met de gradientrichting van ruim 100°, zoodat wij juist buiten de grens van de ingevulde vakken in onze tabel komen, maar als afwijking in het betrokken vak — 3 à — 4 kunnen stellen. De totale afwijking wordt dus ongeveer — 3; de berekende windkracht wordt $5.2 \times 2.2 - 3 = 8.4$. De waarneming geeft Helder windkracht 10, Vlissingen 7, gemiddeld dus 8.5, in volledige overeenstemming met de zooeven gevonden waarde.

Als tweede voorbeeld diene een bekende andere storm, die van 30 Januari 1877.

Te 8 uur 'savonds bedroeg toen de gradient in de westelijke driehoeken gemiddeld 6.3, bij de richting N 35° O; de gemiddelde windrichting was WNW., de hoek tusschen windrichting en gradient dus weer ruim 100°. Als windafwijking vinden we dus 0.7—5.7 (geëxtrapoleerd), ongeveer — 5. De gemiddelde windkracht moet dus ongeveer $6.3 \times 2.2 - 5 = 9$ zijn. Uit de voorhanden gegevens omtrent den waargenomen wind te Vlissingen en Helder mag afgeleid worden, dat te Vlissingen windkracht 8, te Helder 11 à 12 werd waargenomen, gemiddeld dus 9 à 10, zoodat ook bij dezen zeer grooten gradient de tabel vrijwel tot de juiste middelwaarde van den wind leidt. Mocht het dus nog gewenscht blijken, voor sommige historische stormen de windkracht in de tegenwoordig gebruikelijke schaal uit te drukken, dan zal dit mogelijk zijn, zoolang voldoende waarnemingen van barometerstand en windrichting voorhanden zijn.

De Onder-Voorzitter der Commissie,

E. VAN EVERDINGEN.

de Bilt, 23 Maart 1918.

Nota betreffende den invloed van den vorm eener benedenrivier op de voortplanting van het getij.

§ 1. **Inleiding.** Bij de behandeling van verschillende aan de sub-commissies opgedragen vraagstukken is de wenschelijkheid gebleken een nader onderzoek in te stellen naar den invloed van den vorm der rivier en van dien van de vloedkom op de voortplantingssnelheid.

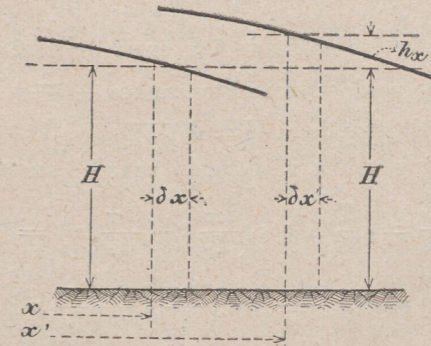
Zonder de uiterst uitvoerige berekeningen volgens de methode van ons medelid Professor DE VRIES BROEKMAN toe te passen, kunnen de volgende beschouwingen eenig licht geven in den invloed van verschillende factoren op de voortplantingssnelheid en op de amplitude van het getij in een benedenrivier.

Waar deze beschouwingen voor een groot deel weinig wiskundige waarde hebben, zijn eenige voorbeelden aangehaald, die kunnen dienen tot bevestiging van hare juistheid.

§ 2. **Voortplanting in een kanaal van constante doorsnede.** De golfbeweging is als volgt af te leiden, indien de navolgende onderstellingen worden gemaakt.

De amplitude van de golf is zeer klein in verhouding tot de diepte, de golflengte is groot in verhouding tot de diepte, de wrijving kan verwaarloosd worden, de golf plant zich voort buiten eenigen invloed van storende krachten, in een bepaald dwarsprofiel hebben op een gegeven oogenblik alle waterdeeltjes eenzelfde snelheid.

Fig. I.



Stel een schijf water dx bevindt zich ten tijde t in een profiel op een afstand x van den oorsprong en ten tijde t' in een profiel op een afstand x' van den oorsprong, waarbij

$$x' = x + \Phi.$$

De stroomsnelheid is dan $\frac{\delta \phi}{\delta t}$ en de bewegingsvergelijking

$$\frac{\delta^2 \phi}{\delta t^2} = -g \frac{\delta h}{\delta x} \dots \dots \dots (1)$$

Om te kunnen voldoen aan den eisch van continuïteit moet de inhoud van de schijf constant blijven.

Onderstellende dat de breedte van het kanaal de eenheid is, wordt

$$\begin{aligned} H \cdot \delta x &= (H + h_x) \delta x^1 \\ \delta x^1 &= \delta x + \delta \phi \text{ dus } \frac{\delta x^1}{\delta x} = 1 + \frac{\delta \phi}{\delta x} \\ H &= (H + h_x) \left(1 + \frac{\delta \phi}{\delta x}\right) \\ 1 &= \left(1 + \frac{h_x}{H}\right) \left(1 + \frac{\delta \phi}{\delta x}\right). \end{aligned}$$

Volgens de onderstellingen zijn $\frac{\delta \phi}{\delta x}$ en $\frac{h_x}{H}$ zeer klein; het product $\frac{\delta \phi}{\delta x} \cdot \frac{h_x}{H}$ kan dus verwaarloosd worden, zoodat de continuïteitsvergelijking wordt:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \phi}{\delta x} &= -\frac{h_x}{H} \\ \text{en } \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} &= -\frac{1}{H} \cdot \frac{\delta h}{\delta x}. \end{aligned}$$

Ingevoerd in (1) geeft de vergelijking

$$\frac{\delta^2 \phi}{\delta t^2} = -g H \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} \dots \dots \dots (2)$$

De vergelijking van een enkelvoudige progressieve golf van sinusoidale gedaante is

$$h = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{L} x\right)$$

waarin T de periode der golfbeweging en L de golflengte.

Deze vergelijking voldoet aan (2) wanneer $\frac{L}{T} = \sqrt{gH}$, d. i. wanneer de voortplantingssnelheid $V = \sqrt{gH}$ is.

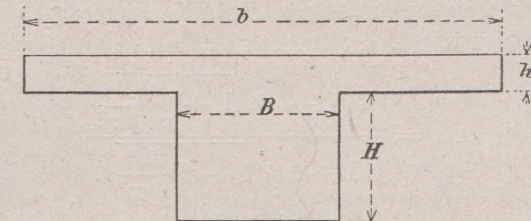
Uit de vergelijking van h vindt men voor de stroomsnelheid

$$\begin{aligned} \frac{\delta \phi}{\delta t} &= g \frac{T}{L} A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{L} x\right) = \\ &= \sqrt{g} \frac{A}{\sqrt{H}} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{L} x\right) = \\ &= V \frac{h}{H}. \end{aligned}$$

§ 3. Invloed van een breede vloedkom. Ten ruwste kan uit de afleiding, die in de vorige paragraaf is gegeven, de invloed op de

voortplantingssnelheid worden afgeleid van een aanzienlijke verbreding van de vloedkom.

Fig. II.



Stel de breedte van de vloedkom is b; zelfs al maakt van deze breedte slechts een gedeelte B deel uit van het doorstromingsprofiel, dan wordt de continuïteitsvergelijking

$$B H \cdot dx = (B H + b h_x) dx^1$$

of overeenkomstig de afleiding in § 2

$$\begin{aligned} \frac{\delta \phi}{\delta x} &= -\frac{b}{B} \cdot \frac{h_x}{H} \\ \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} &= -\frac{b}{B H} \cdot \frac{\delta h}{\delta x}. \end{aligned}$$

Ingevoerd in de bewegingsvergelijking

$$\frac{\delta^2 \phi}{\delta t^2} = -g \frac{B H}{b} \cdot \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2}.$$

De voortplantingssnelheid van de golf wordt dan

$$V = \sqrt{g \frac{B H}{b}} \text{ inplaats van } V = \sqrt{g H}.$$

Een over een als overlaat werkende kade vol loopende polder is te herleiden tot een oppervlak waarover de verhooging van den waterstand gelijk is aan de golfverheffing.

§ 4. Getijbeweging in een benedenrivier. In benedenrivieren is als regel de verhouding tusschen amplitude van het getij en diepte zoodanig, dat de wrijving niet verwaarloosd kan worden.

Voorts is de rivier trechtersvormig, althans niet van constante breedte.

Er zijn formules voor de voortplanting afgeleid, waarin met de wrijving rekening is gehouden, door in vergelijking (2) van § 2 een term $f \frac{\delta \phi}{\delta t}$ in te voeren.

De vergelijking blijft dan oplosbaar en men vindt vermindering der amplitude tijdens de voortplanting, doordat de amplitude een coëfficiënt toegevoegd krijgt van den vorm $e^{-p x}$ waarin

$$p = \frac{2\pi^2}{g H T^2} \left(-1 + \sqrt{1 + f^2 \frac{T^2}{4\pi^2}}\right).$$

De voortplantingssnelheid wordt:

$$V = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \sqrt{1 + f^2 \frac{T^2}{4\pi^2}}}}$$

Voorts is de stroomsnelheidskromme in phase voor bij de getijlijn en wel een hoek waarvan de tangens is:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{-1 + \sqrt{1 + f^2 \frac{T^2}{4\pi^2}}}{1 + \sqrt{1 + f^2 \frac{T^2}{4\pi^2}}}$$

Beide verschijnselen beantwoorden aan hetgeen in de praktijk wordt waargenomen.

Intusschen zijn de formules niet geschikt voor gebruik bij het optreden van stroomsnelheden, als in benedenrivieren worden waargenomen, aangezien feitelijk de wrijvingsweerstand evenredig is met het vierkant van de snelheid; in plaats van een vorm $f \frac{\partial \phi}{\partial t}$ zou een vorm $f \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)^2$ in de vergelijking zijn te brengen.

Ten slotte zijn formules afgeleid, waarbij rekening is gehouden met den invloed van een langzame vernauwing der rivier, doch deze formules gelden slechts voor vernauwingen, die per eenheid van lengte zoo gering zijn, dat terugkaatsingsverschijnselen, voor zoover zij optreden, verwaarloosd kunnen worden.

Geen enkele formule houdt rekening met het feit, dat het, behoudens op de Amazone en de Saint-Laurence, niet voorkomt, dat op de rivier nog een geprononceerde volledige getijgolf waarneembaar is op het oogenblik dat het in den mond laag water is.

Zoodra de amplitude niet uiterst klein is ten opzichte van de diepte, is de voortplantingssnelheid niet meer constant voor elke phase van de golf. Deze ongelijkheid is in formule gebracht; de meest gebruikelijke formule is van den vorm

$$V = \sqrt{gH} \left(1 + \frac{3h}{4H}\right),$$

waarin h de waterstand ten opzichte van den gemiddelden waterstand aangeeft en H de gemiddelde diepte.

Deze formule geeft voor den golftop eene grootere snelheid dan voor het golfdal, wat ook inderdaad met de waarnemingen overeenstemt.

§ 5. **Het verhang.** De vereenvoudigde formule voor het verhang bij veranderlijke beweging is van den vorm

$$I = \underbrace{\frac{\psi}{\omega}}_{J_0} U^2 + \alpha \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}}_{J_2} \frac{U^2}{2g} + \beta \underbrace{\frac{1}{g}}_{J_3} \frac{\partial U}{\partial t}$$

De eerste term, waarin $\frac{\psi}{\omega} = \frac{\text{natte omtrek}}{\text{doorsnede}}$ en b^1 een coëfficiënt, is gelijk aan het verhang, dat bij permanente beweging een stroomsnelheid U zou onderhouden.

De tweede term geeft den invloed van het verschil in stroomsnelheid in opvolgende profielen volgens de lengte-as der rivier.

De derde term die van de verandering, die de stroomsnelheid in een bepaald punt per tijdseenheid ondergaat.

De coëfficiënten α en β zijn gelijk 1, wanneer ondersteld wordt, dat de stroomsnelheden in een dwarsprofiel op een bepaald oogenblik overal gelijk zijn.

De snelheidskromme is ongeveer eene sinusoïde, indien de getijlijn vrij regelmatig is.

Aannemende dat de snelheidskromme eene zuivere cosinusoïde ware, zou de eerste term der verhangvergelijking een kromme zijn van de in fig. III aangegeven gedaante, waarvan de maxima samen vallen met maxima en minima van U , de minima met de 0-waarden van U .

$$U = C \cos \phi \quad J_0 = C^1 \cos^2 \phi = \frac{1}{2} C^1 (\cos 2\phi + 1)$$

Intusschen dient J_0 met U van teeken te veranderen, zoodat bij het negatieve gedeelte der U -kromme de in Fig. III met een bloklijn aangegeven J_0 kromme behoort.

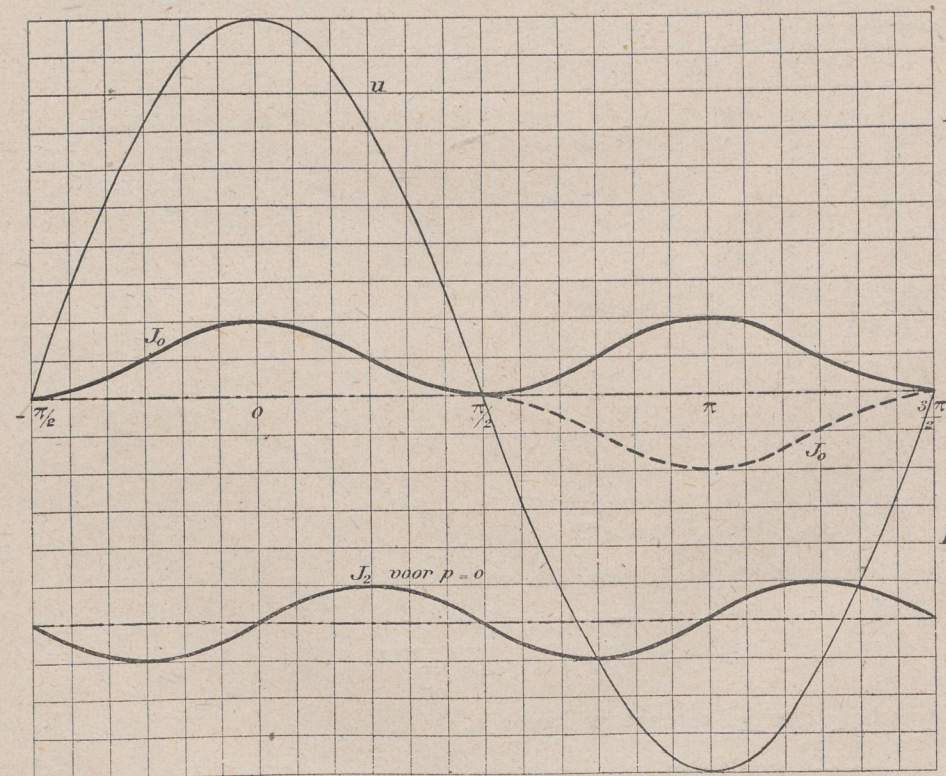


Fig. III.

Fig. IV.

De tweede term

$$\alpha \frac{\partial U^2}{\partial x} \frac{1}{2g} = \frac{\alpha}{g} U \frac{\partial U}{\partial x}$$

wordt voor $U = C \cos(\sigma t - \alpha x)$ een kromme van de in fig. IV aangegeven gedaante ten opzichte van de U kromme, waarbij valt op te merken, dat de waarde van dezen term bij een regelmatig gevormde rivier klein is in verhouding tot die van de beide andere termen der verhang vergelijking.

Het is mogelijk ook eenig denkbeeld te geven van den invloed van den vorm der rivier en van de wrijving op dezen term.

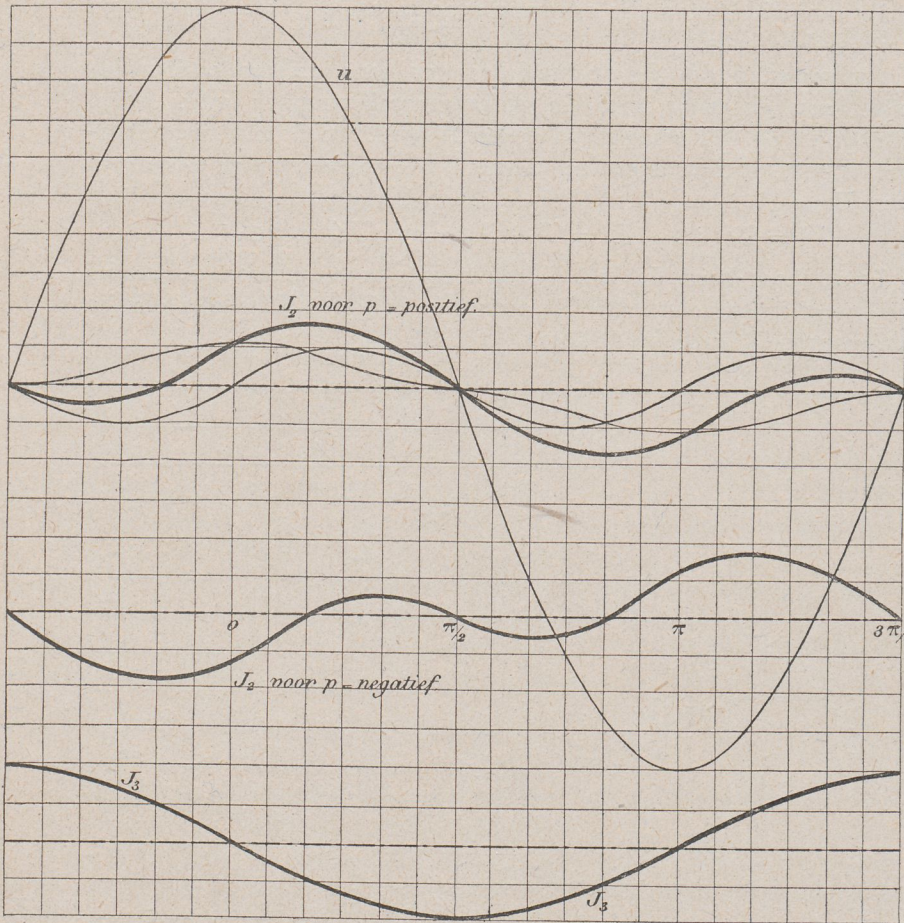


Fig. V.

Fig. VI.

Fig. VII.

Dientengevolge kan U van den vorm worden

$$U = C e_{p,x} \cos(\sigma t - \alpha x) = \phi$$

waarbij p positief of negatief kan zijn.

$\frac{\partial U^2}{\partial x} \frac{1}{2g}$ wordt dan van den vorm

$$\frac{1}{2g} (p C^2 e^{2p\alpha} \cos^2 \phi + \alpha C^2 e^{2p\alpha} \sin \phi \cos \phi) = \frac{1}{2g} C^2 e^{2p\alpha} \left\{ \frac{1}{2} p (\cos 2\phi + 1) + \alpha \sin 2\phi \right\}$$

Van beide figuren stelt Fig. V de kromme voor met p positief d.w.z. met stroomopwaarts toenemende stroomsnelheden, Fig. VI met p negatief, d.w.z. met stroomopwaarts afnemende stroomsnelheden.

De derde term $\frac{\beta}{g} \frac{\partial U}{\partial t}$ kan worden voorgesteld door een kromme, waarvan de ordinaten evenredig zijn met de snelheidskromme, doch die in phase 90° bij deze kromme voor is. (Fig. VII.)

Bij afwezigheid van wrijving, bij een kanaal van constante doorsnede en bij optreden van golven, waarbij de diepte van het kanaal en dus in nog hoogere mate de amplitude van de golf zeer klein zijn ten opzichte van de golflengte, in welk geval ook de tweede term der verhangvergelijking te verwaarloozen is, wordt

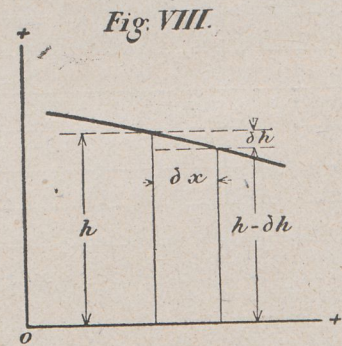
$$J = \frac{\beta}{g} \frac{\partial U}{\partial t} \dots \dots \dots (3)$$

doch $J = - \frac{\delta h}{\delta x}$ voor $\beta = 1$ $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$

dus is vergelijking (3) dezelfde als vergelijking (1) van § 2.

Bij golfvoortplanting als de onderhavige is $\frac{\delta h}{\delta x}$ of $J = 0$ ten tijde van H.W. en L.W. en max voor $\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$ wat samenvalt met $U = 0$.

De U kromme en de getijlijn zijn dus gelijk in phase, evenals gevonden werd met de gebruikelijke wijze van afleiding.



J max. geeft eene aanwijzing voor de voortplantingssnelheid;

voor $h = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{L} x\right)$ is;

$J = A \frac{2\pi}{L} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{L} x\right)$ en

$J_{\max} = A \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi A}{T} \cdot \frac{1}{\sqrt{gH}}$

J max. is dus omgekeerd evenredig met de voortplantingssnelheid en recht evenredig met de amplitude.

Het verhang is maximum ten tijde dat in de getijlijn een buigpunt optreedt; alsdan is

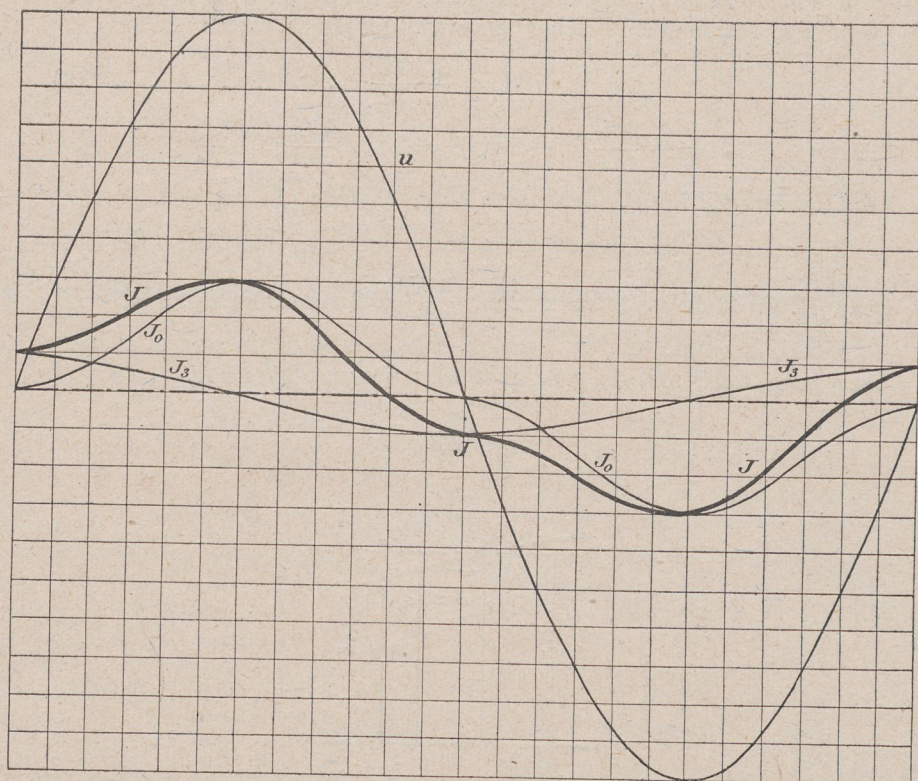
$$\frac{\delta h}{\delta t} = 0 \quad \frac{\delta^2 h}{\delta t^2} = 0 \quad \frac{\delta^3 h}{\delta t^3} \neq 0$$

of ter plaatse waar het lengte profiel van de golf een buigpunt vertoont, of voor;

$$\frac{\delta h}{\delta t} = 0, \quad \frac{\delta^2 h}{\delta x^2} = 0, \quad \frac{\delta^3 h}{\delta x^3} \neq 0.$$

Onder den invloed der wrijving wordt de verhangkromme van onderstaande gedaante, naar aanleiding waarvan een en ander valt op te merken. (Fig. IX.)

Fig. IX.



Het optreden van wrijving heeft phaseverschuiving tengevolge van de snelheidskromme ten opzichte van de getijlijn.

De invloed der wrijving neemt toe met het vierkant der stroomsnelheid, die weer grooter wordt naarmate de verhouding $\frac{\text{amplitude}}{\text{gemiddelde diepte}}$ kleiner wordt.

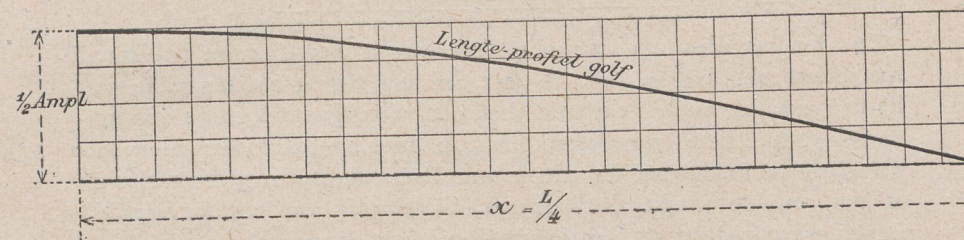
Zoodra de verandering van diepte tengevolge der getijbeweging niet meer te verwaarlozen is, wordt ook zonder aanvoer der boven-

rivier, de max. snelheid bij vloed kleiner dan bij eb, althans wanneer de getijlijn geen belangrijke afwijkingen toont van den sinusoïde-vorm.

Ook zal de voortplantingssnelheid van H.W. grooter zijn dan die van L.W.

Zoolang de lijn van halftij ongeveer horizontaal loopt zal het verhang in het buigpunt van de golf in eene betrekking tot de

Fig. X.



voortplantingssnelheid staan, die overeenkomt met de in het voorgaande genoemde

$$h = A e^{px} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{L} x\right)$$

$$J = \frac{\delta h}{\delta x} = p h + A e^{px} \frac{2\pi}{L} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{L} x\right)$$

voor $h=0$

$$J = A e^{px} \frac{2\pi}{L} = \frac{A e^{px} 2\pi}{T} \cdot \frac{1}{V}, \quad \text{of wel}$$

$$J = \text{coeff.} \frac{\text{amplitude}}{\text{periode} \times \text{voortplantingssnelheid}}$$

In verband met de phase-verschuiving tusschen getijlijn en snelheidskromme zal $J > J_3(\text{max})$ zijn en wel meer, naarmate de phase-verschuiving grooter is; slechts wanneer $J_0(\text{max}) \leq J_3(\text{max})$ is en zoolang de invloed van J_2 gering is, of tot vermindering van J leidt, kan J voor $\frac{\delta h}{\delta x (h=0)} \leq J_3(\text{max})$ zijn.

De voortplantingssnelheid zal dus kleiner zijn, naarmate de invloed van de wrijving grooter is, tenzij de vertragende invloed der wrijving door andere invloeden wordt verminderd of opgeheven.

De verhouding tusschen J_0 en J_3 is gewoonlijk van dien aard, dat in de periode, voorafgaande aan het oogenblik van maximum snelheid, het verhang nagenoeg constant is en wel ongeveer gelijk aan $J_0(\text{max})$.

Bij de meeste benedenrivieren, zoo niet bij alle, valt het oogenblik van halftij in deze periode.

Al is dan ook dit oogenblik niet nauwkeurig vast te stellen, wanneer de getijlijn min of meer belangrijk in gedaante afwijkt van de sinusoïde, zoo kan toch als regel worden aangenomen, dat het verhang ongeveer gelijk is aan $J_0(\text{max})$ of aan $\frac{\psi}{\omega} b U^2(\text{max})$, aangezien

het verhang in de periode, waarin het oogenblik van halftij zeker valt, binnen nauwe grenzen schommelt om de waarde van J_0 (max.).

De voorafgaande uitdrukking voor het verhang bij halftij, kan dus ook met voldoende nauwkeurigheid, als volgt geschreven worden.

$$J_0 \text{ (max.)} = \text{coëff.} \frac{\text{amplitude}}{\text{periode} \times \text{voortplantingssnelheid}} \text{ of aangezien } J_0 \text{ (max.)} = \text{coëff. } U^2 \text{ (max.)}$$

$$\text{Voortplantingssnelheid} = \text{coëff.} \frac{\text{amplitude}}{\text{periode} \times J_0 \text{ (max.)}} =$$

$$= \text{coëff.} \frac{\text{amplitude}}{\text{periode} \times \text{vierkant der maximum stroomsnelheid}}$$

In den benedenloop van den Waterweg is J_0 (max.) ruim tweemaal zoo groot als J_3 (max.) ook is het verhang zeer groot ten tijde van halftij, zoodat het in verband met het voorafgaande geene verwondering behoeft te verwekken, dat in deze benedenrivier de voortplantingssnelheid tusschen Hoek van Holland en Vlaardingen slechts 40 pct. van de berekende bedraagt, bij gebruik van een der bekende formules voor de voortplantingssnelheid van lange golven.

Van de verhouding tusschen J_0 en J_3 kan de volgende tabel een denkbeeld geven. Bij eene gemiddelde diepte van $H = \pm 5$ M. is de coëff. b in den vorm voor $J_0 = \frac{1}{15000}$; de periode $T = 45000''$. Stellen wij dan, dat de snelheidskromme eene sinusoid is, dan wordt:

U max.	J_0 (max.)	J_3 (max.)	$\frac{J_0 \text{ (max.)}}{J_3 \text{ (max.)}}$
1,50 M.	0,00015	0,000021	$\pm 7,-$
1,— "	0,000066	0,000014	$\pm 4,5$
0,50 "	0,000017	0,000007	$\pm 2,4$

De invloed van een grootere diepte kan blijken uit de volgende tabel voor $H = \pm 8$ M. en de coëff. $b = \frac{1}{29000}$.

U max.	J_0 (max.)	J_3 (max.)	$\frac{J_0 \text{ (max.)}}{J_3 \text{ (max.)}}$
1,50 M.	0,000077	0,000021	$\pm 3,6$
1,— "	0,000035	0,000014	$\pm 2,5$
0,50 "	0,0000086	0,000007	$\pm 1,2$

Betreffende den invloed van het phase-verschil tusschen snelheidskromme en getij-lijn kan nog een opmerking gemaakt worden.

Voor

$$h = A e^{px} \cos \left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{L} x \right)$$

en

$$J = \frac{\delta h}{\delta x} = p h + A e^{px} \frac{2\pi}{L} \sin \left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{L} x \right)$$

is J niet meer maximum voor $h = 0$.

Is p positief, dan is J in een bepaald profiel maximum voor eene waarde van h van tegengesteld teeken; voor p negatief is J maximum voor een waarde van h van hetzelfde teeken als J .

Wanneer p positief is, neemt de amplitude van het getij stroomopwaarts toe, wanneer p negatief is neemt de amplitude stroomopwaarts af.

Het oogenblik van maximumsnelheid valt gewoonlijk na halftij; hoe grooter de waarde van J_3 (max.) ten opzichte van J_0 (max.) hoe grooter de periode verloopende tusschen het oogenblik van J (max.) en het oogenblik van U (max.)

Hoe grooter de positieve waarde van p is, hoe grooter de periode verloopende tusschen het oogenblik van J . max. en het oogenblik van $h = 0$.

Aangezien het oogenblik van U max. na het oogenblik van $h = 0$ valt, is eene groote positieve waarde van p alleen mogelijk bij groot phase-verschil tusschen snelheidskromme en getijlijn en bij betrekkelijk groote waarden van J_3 (max.), ten opzichte van J_0 (max.), d. w. z. bij geringe stroomsnelheden, of bij korte periode.

Bij vermeerdering van stroomsnelheid of bij vermindering van phase-verschil tusschen snelheidskromme en getij-lijn, neemt p af en wordt ten slotte negatief.

In den invloed der wrijving op het verhang kan ook de oorzaak worden gezocht, dat de voortplantingssnelheid van H.W. bij springtij in vele benedenrivieren geringer is dan bij dood tij, wat niet in overeenstemming is met de formule

$$V = \sqrt{gH} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{h}{H} \right).$$

Bij doottij zijn de stroomsnelheden aanmerkelijk kleiner dan bij springtij; indien de formule $J = \text{coëff.} \times \frac{\text{amplitude}}{\text{periode} \times \text{voortplantingssnelheid}}$, coëfficiënt en periode dezelfde blijven, dan zal J , als zijnde de som van een term evenredig met $\frac{dU}{dt}$, welke waarde weer evenredig met U is, en van een term evenredig met U^2 , naar verhouding meer verminderen dan de amplitude, die ongeveer evenredig is met U . Gelijkheid is dan slechts te verkrijgen, wanneer bij groote amplitude de voortplantingssnelheid kleiner is dan bij kleine amplitude.

Het verhang, gecombineerd met het phase-verschil tusschen vermogen-kromme en getijlijn is ook de oorzaak van het verhang van

H.W.lijn en L.W.lijn zooals reeds in het voorafgaande is opgemerkt. Met verwaarloozing van J_3 is voor

$$U = C \cos \frac{2\pi}{T} t \quad \text{en} \quad \frac{\delta U}{\delta t} = -\frac{2\pi}{T} C \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

$$J = b C^2 \cos^2 \frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{gT} C \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Stel $H = \pm 5$ M., dan is volgens de coëff. van Bazin $b = \frac{1}{15000}$; voorts is $T = 45000''$, $U \text{ max.} = C$. Alsdan geeft de volgende tabel de waarden van $\frac{2\pi}{T} t$, waarvoor $J = 0$ bij verschillende waarden van $U \text{ max.}$

$U_{\text{max.}}$	$\frac{2\pi}{T} t$
1,50 M.	68° 50'
1,— „	59°
0,50 „	54° 15'

Indien ten tijde van H.W. en L.W. $J = 0$, zullen de lijnen van H.W. of L.W. horizontaal loopen; hiervoor is dus voor de in de voorafgaande tabel aangenomen waarden van $U \text{ max.}$, met inachtneming der overige onderstellingen, een phase-verschil tusschen snelheidskromme en getijlijn noodig, als in de tweede kolom achter de snelheden is ingevuld

Dit phase-verschil wordt nog iets grooter, indien men den invloed van J_2 in aanmerking neemt.

Is het phase-verschil grooter, dan dat waarvoor $J = 0$ is, dan loopt de H.W.lijn rivieropwaarts op, de lijn L.W. af.

Is het phase-verschil kleiner, dan heeft het omgekeerde plaats.

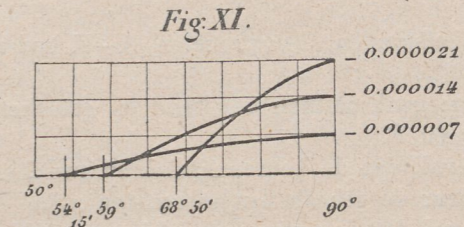
In een benedenrivier kan het phase-verschil nooit 90° zijn; alsdan zouden de kenteringen samenvallen met H.W. en L.W., wat slechts mogelijk zou zijn bij optreden van een staande golf.

Ten tijde der kentering zijn J_0 en $J_2 = 0$; met inachtneming der in het voorafgaande aangenomen cijfers is dan de waarde van J_3 , behoorende bij de aangenomen waarden van $U \text{ max.}$,

$U_{\text{max.}}$	$J_3 \text{ (max.)}$
1.50 M.	— 0.000021
1.— „	— 0.000014
0.50 „	— 0.000007

Zet men de waarden $J = J_0 + J_3$ voor de drie waarden van $U \text{ max.}$ uit vanaf $J = 0$ tot $J_0 = 0$ dus vanaf het oogenblik, dat

$\frac{2\pi}{T} t$ de in de eerste tabel opgenomen waarden heeft, tot het oogenblik dat J_3 de in de tweede tabel opgenomen waarden heeft, dan krijgt men figuur XI.



Uit deze figuur blijkt, dat bij waarden van $\frac{2\pi}{T} t < \pm 75^\circ$ de waarden van J (tegengesteld aan de stroomrichting) bij stroomsnelheden van 1.50 M. kleiner is dan bij stroomsnelheid van 1 M.

Voor $\frac{2\pi}{T} t < \pm 65^\circ$ is de negatieve waarde van J bij stroomsnelheid van 1 M. kleiner dan bij stroomsnelheid van 0.50 M.

Deze uitkomsten maken verklaarbaar, dat in vele benedenrivieren, de amplitude bij doortij stroomopwaarts procentisch sterker toeneemt, of minder afneemt, dan de amplitude bij springtij, waarop bij de behandeling van den invloed van den vorm der rivier zal worden teruggekomen.

Resumeerende kan worden opgemerkt, dat op benedenrivieren, waarvan de diepte niet veel grooter is, dan voor de scheepvaart vereischt wordt, bijv. ± 10 M. bij halftij, de stroomsnelheden gewoonlijk zoo groot zijn, dat J_0 (max.) aanmerkelijk grooter is dan $J_3 \text{ max.}$

Aangezien dan, zoowel door den invloed van de wrijving, als door dien van den vorm der rivier, de snelheidskromme in phase min of meer aanzienlijk vóór is bij de getijlijn, is het verhang ten tijde van halftij grooter dan $J_3 \text{ max.}$

Bij golfvoortplanting in een kanaal van constante doorsnede zonder wrijving bepaalt $J_3 \text{ (max.)}$ de voortplantingssnelheid; bij aanwezigheid van wrijvings- en andere in de vorige zinsnede bedoelde invloeden, wordt deze ongeveer bepaald door het verhang bij halftij.

Als regel zal dit verhang grooter zijn dan $J_3 \text{ (max.)}$. Aangezien de voortplantingssnelheid omgekeerd evenredig is met het verhang, zal deze kleiner zijn dan de voortplantingssnelheid bij ongestoorde voortplanting.

Opgemerkt dient te worden, dat in werkelijkheid noch de getij-lijn, noch de snelheidskromme of de kromme, waaruit de J -kromme wordt samengesteld, sinusoiden zijn, zoodat het voorafgaande slechts een onvolledig beeld kan geven van de in werkelijkheid optredende verschijnselen.

§ 6. Invloed van den vorm der rivier. Naar den invloed van den vorm der rivier is op grond van formules geen vruchtbaar onder-

zoek in te stellen, voor zoover betreft den invloed van geleidelijke vernauwing of van het te niet loopen van de golf.

Op bijlage 86 zijn in fig. 1 de verhanglijnen geteekend van een denkbeeldige rivier in de veronderstelling, dat de getijlijnen sinusoiden zijn.

De onderlinge afstanden der profielen A—K bedragen $1/12$ van de golflengte.

Nu zijn de vermogenkrommen berekend en geteekend in de profielen A, B, C, D en E.

1°. Voor het geval, dat de komoppervlakten tusschen twee opvolgende profielen over de geheele lengte constant zijn,

2°. Voor het geval dat de komoppervlakken tusschen opvolgende profielen afnemen van 0 tot $1/6$ 0, als op bijlage 86 is aangegeven.

Deze vermogenkrommen zijn weergegeven op de figuren I en II van bijlage 87.

In het eerste geval heeft het te niet loopen van de golf een vertragenden invloed op de vermogenkromme in A; in B zijn vermogenkromme en getijlijn ongeveer gelijk in phase, terwijl boven B de vermogen-krommen in phase vóór zijn bij de getijkrommen.

Tot profiel C blijft het vermogen ongeveer constant; boven C wordt het rivieropwaarts geleidelijk minder.

In het tweede geval is de vermogenkromme reeds in A, in phase vóór bij de getijlijn, welk phaseverschil rivieropwaarts geleidelijk grooter wordt.

Zooals te verwachten was, is de invloed van trechtervorm van de vloedkom, eene vervroeging der phase van de vermogenkromme ten opzichte van de getijlijn, aangezien het oogenblik van maximum-vermogen de periode zal naderen, waarin de stijging het snelst is ter plaatse waar de vloedkom het breedst is, d.i. halftij in den mond.

In zooverre beantwoordt de getijbeweging, als in bijl. 86, fig. 1, is voorgesteld niet aan de werkelijkheid, dat er geen benedenrivieren met beperkte diepte bestaan, waarin de invloed van de vorige golf nog zeer groot is, bij het intreden van een nieuwe golf.

De vulling van het benedengedeelte van den vloedkom, geschiedt in het voorbeeld bij het begin der rijzing voor een groot deel met tijwater uit het bovengedeelte van den vloedkom; in werkelijkheid geschiedt dit in veel mindere mate.

Dientengevolge zal het phase-verschil tusschen vermogenkromme en getijlijn grooter zijn, dan uit het voorbeeld blijkt.

Dat de vermogenkromme in phase achter is bij de getijlijn, zooals het geval zou zijn, indien de oppervlakte van den vloedkom over eene lengte $L/12$ constant ware, zal dan ook in werkelijkheid niet voor kunnen komen.

Indien de amplitude van het getij niet verwaarloosd kan worden ten opzichte van de gemiddelde diepte, neemt het doorstromingsprofiel belangrijk toe in inhoud bij opkomend water en af bij vallend water; dientengevolge zal de snelheidskromme in phase voor zijn bij de vermogenkromme bij opkomend water en achter bij vallend

water. Is het phaseverschil tusschen vermogen-kromme en getijlijn groot, zoodat de periode van maximum-vermogen samenvalt met die van maximum snelheid van rijzing of daling, dan kan het phaseverschil tusschen snelheidskromme en vermogen-kromme in de periode der maxima vrij groot zijn.

Nemen wij aan, dat de breedte van het doorstromingsprofiel evenredig is met de oppervlakte van den vloedkom tusschen twee opvolgende profielen en dat de gemiddelde diepte constant is en verwaarloozen wij den invloed van het phase-verschil tusschen snelheidskromme en vermogen-kromme, dan zullen de maximum-snelheden in de profielen A, B, C, D en E zich verhouden, als is aangegeven in fig. II van bijlage 86.

In een trechtervormige rivier zou dus bij overigens gelijke diepte, bij gelijke snelheid van voortplanting en bij eenzelfde lijn van H.W. en van L.W.-standen, de maximum stroomsnelheid in den mond geringer zijn dan bij een rivier van constante breedte.

Voorts zou de maximum snelheid in opvolgende profielen van den benedenloop in verhouding tot de maximum-snelheid in den mond sneller afnemen, dan in een rivier van constante breedte.

In werkelijkheid zal dus het verhang in beide gevallen niet gelijk kunnen zijn, zooals in fig. I van bijlage 86 is aangenomen; in de trechtervormige rivier zullen de verhangen kleiner zijn, dan in de rivier van constante breedte.

Dientengevolge zal in de eerste plaats de lengte en dus de voortplantingssnelheid van de golf grooter worden.

Tengevolge van het groote phasen-verschil tusschen vermogenkromme en getijlijn, zal althans in den benedenloop der rivier het verhang ten tijde van H.W. en van L.W. tegengesteld zijn aan de stroomrichting, waarvan vermeerdering der amplitude in de richting van de golfvoortplanting het gevolg is.

De verhangen van H.W.lijn en L.W.lijn zijn echter beperkt, doordat deze volgens het medegedeelde in de vorige §, zeker kleiner zijn dan de maximum waarde van J_3 .

Tengevolge van de sterke vermindering van U max. in de richting der golfvoortplanting in de trechtervormige rivier heeft J_2 ten tijde van U (max.) eene vrij groote waarde. waarvan het teeken tegengesteld is aan het teeken van J_0 , wat niet het geval is in eene rivier met constante doorsnede.

Naast den invloed der geringere snelheden, heeft ook deze omstandigheid eene, zij het dan ook geringe, vermindering der verhangen ten gevolge.

Juist wegens den trechtervorm van de vloedkom, heeft noch eene groote vermeerdering der voortplantingssnelheid, noch vermeerdering der amplitude in de bovenloop der benedenrivier een evenredigen invloed op het vermogen.

Een en ander maakt verklaarbaar, dat voor de voortplantingssnelheid van het getij in weinig trechtervormige rivieren waarden gevonden worden, die 50 pct. of minder bedragen, dan de uit

formules voor de golfvoortplanting berekende waarden, terwijl in sterk trechtervormige rivieren waarden gevonden worden, die de berekende waarden naderen en zelfs overtreffen.

Voor de sterk trechtervormige Gironde vind ik uit een stel getijlijnen bij springtij en een bij doodtij tusschen den mond en Bordeaux.

Stadium van het getij.	Voortplantingssnelheid.		$\frac{V_w}{V_b}$	
	Gemidd. waargenomen waarde V_w .	Berekende waarde $V_b = \sqrt{gH}$.		
Springtij	H.W.	9,3 M.	9,1 M.	1,02
	L.W.	5,3 "	6,— "	0,88
Doodtij	H.W.	13,— "	8,5 "	1,53
	L.W.	7,5 "	6,7 "	1,12

Voor de veel minder sterk trechtervormige Weser uit een stel getijlijnen tusschen Bremerhaven en Bremen.

H.W.	5,60	9,50	0,59
L.W.	3,60	8,—	0,45

Voor den Waterweg tusschen Maassluis en Rotterdam uit gemiddelde waarden berekend voor een aantal getijden.

Springtij	H.W.	4,2	8,6	0,49
	L.W.	4,2	7,7	0,55
Middelm. tij	H.W.	4,2	—	0,49
	L.W.	4,5	—	0,55
Doodtij	H.W.	5,2	—	0,60
	L.W.	4,8	—	0,62

Deze cijfers bevestigen het in § 5 opgemerkte, dat de voortplantingssnelheid van een golf met geringe amplitude in een zelfde rivier grooter is, dan die van een golf met groote amplitude.

Uit de formules voor de golfvoortplanting volgt onmiddellijk een grooter voortplantingssnelheid voor H.W. dan voor L.W., doch ook bij gebruikmaking van de waarden van het verhang is dit verschil af te leiden.

Aangezien bij L.W. de profielsinhouden meer of minder aanzienlijk

kleiner zijn dan bij H.W. zijn voor eenzelfde vermogen de stroomsnelheden en dus de verhangen grooter.

Ook zullen ten tijde der maximumsnelheden bij vloed de dwarsprofielen grooter zijn, dan ten tijde der maximumsnelheden bij eb.

Afgezien van den invloed van de bovenrivier zullen dus de maximumsnelheden en dus ook de verhangen bij vloed kleiner zijn dan bij eb.

Dientengevolge zullen de voortplantingssnelheden van het getij in de omgeving van L.W. geringer zijn dan bij H.W., althans zoo lang de getijlijn regelmatig is.

Het behoeft geene toelichting, dat groote komoppervlakte in den bovenloop der benedenrivier eene vertragende werking heeft op de voortplantingssnelheid van het getij, indien althans, als in het voorafgaande steeds ondersteld wordt, de gemiddelde diepte en de doorsnede in den moed dezelfde blijven.

Betreffende den invloed van de aanwezigheid van groote vloedkommen, die in de rivier uitkomen, doch die het doorstromingsprofiel niet verruimen, kan het volgende worden opgemerkt.

De oppervlakte van deze kommen wordt zoo groot geacht, dat door vulling en lediging het vermogen der rivier met een niet onbelangrijk percentage vermeerderd wordt.

Voorts wordt aangenomen, dat de vorm der kommen zoodanig is, dat in de verbinding met de rivier de oogenblikken van kentering ongeveer samenvallen met H.W. en L.W.; dit laatste is steeds het geval met havens en zelfs met riviertakken als bijv. de Hollandsche IJssel.

Alsdan zal de aanwezigheid der kom in de rivier, onmiddellijk beneden den toegang tot de kom, het phaseverschil vergrooten tusschen vermogenkromme en getijlijn; naarmate men echter een punt beschouwt dat verder van dezen toegang af is gelegen in de richting naar zee, zal de vermogenkromme van de kom meer en meer in phase gelijk komen met de vermogenkromme van de eigenlijke rivier en eindelijk achter raken bij laatstgenoemde kromme.

Ligt dus op grooten afstand van den mond, doch op een afstand zeker minder dan de halve golflengte, een zeer groot havencomplex, dan zal dientengevolge de phase van de vermogenkromme in den mond vertraagd worden; is deze afstand minder dan een vierde van de golflengte dan kan het omgekeerde plaats hebben.

In verband met het opgemerkte in § 5 omtrent den invloed van het phase-verschil tusschen vermogenkromme en getijlijn op de lijnen van H.W.-standen en L.W.-standen valt het volgende op te maken.

Drukt men de getijlijn uit in een formule

$$h = A e^{px} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{L} x\right)$$

waarin x de afstand is van het beschouwde profiel tot den mond, dan zal de aanwezigheid van een zeer groot havencomplex bij gelijke waarden van U max. geen invloed hebben op de waarde van p ,

indien de afstand van het havencomplex tot het beschouwde profiel zoodanig is, dat de max. invloed van de aanwezigheid van het havencomplex op het vermogen ter plaatse van het profiel, ongeveer samenvalt met den maximum-invloed van het vermogen der eigenlijke rivier.

Gaat bedoelde invloed van het havencomplex vooraf aan dien van de rivier, dan wordt dientengevolge de absolute waarde van p grooter, gaat bedoelde invloed van het vermogen der rivier vooraf aan dien van het havencomplex, dan wordt de absolute waarde van p kleiner.

Een korte vloedkom gedraagt zich als een sterk trechtervormige rivier; alsdan nemen de snelheden van af den mond snel af, de kenteringen volgen kort op de oogenblikken van H.W. en L.W.

Het getij gedraagt zich als een in het gesloten einde teruggekaatste golf. Aangezien door den invloed van den vorm der rivier en van de wrijving, de amplitude en de lengte van beide golven functies van x zijn, zal door terugkaatsing nooit een staande golf ontstaan, doch zoolang de lengte van den afgesloten rivierarm kleiner is dan een vierde deel van de golflengte zal tengevolge van de terugkaatsings-verschijnselen de voorplantingssnelheid van het resulterende getij grooter zijn, dan die van een enkelvoudige golf in eene niet afgesloten rivier van overigens dezelfde gedaante zou zijn, wat als volgt te bewijzen is:

$$\begin{aligned} H \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right) &= \\ &= A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{L}x\right) + A' \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{L}x\right) \end{aligned}$$

waarin

x = afstand van het einde waarin de terugkaatsing plaats heeft; A en A' functies van x , A' amplitude teruggekaatste golf en $A' \leq A$.

Voor $A = A'$

$$H \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right) = (A + A') \cos \frac{2\pi}{T}t \cos \frac{2\pi}{L}x$$

of staande golf.

Voor $A' < A$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \phi &= \frac{A' - A}{A' + A} \operatorname{tg} \frac{2\pi}{L}x \\ -\phi &< \frac{2\pi}{L}x \quad \text{voor } x < \frac{L}{4}. \end{aligned}$$

A en A' zijn beide functies van x ; bij volledige terugkaatsing is $A = A'$ voor $x = 0$.

In een genormaliseerde getijrivier kan aan de voortplantingssnelheid van het getij weinig veranderd worden. Wel kan het vermogen vergroot worden en wel voornamelijk in den bovenloop der benedenrivier als gevolg van nieuwe verbeteringswerken; dientengevolge zal in den benedenloop het phase-verschil tusschen vermogenkromme en getijlijn kleiner worden, indien althans de vermeerdering van

vermogen in den bovenloop procentisch een belangrijke vermeerdering van vermogen in den benedenloop ten gevolge heeft.

Dientengevolge zal echter de waarde p in de formule

$$h = A e^{px} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{L}x\right)$$

afnemen, tenzij de dwarsprofielen zoodanig verruimd kunnen worden, dat de stroomsnelheden zooveel minder worden, dat de nadeelige invloed der phaseverschuiving van de snelheidskromme, wordt opgeheven door den gunstigen invloed van de vermindering der verhangen.

Waar over het algemeen beperking der stroomsnelheden zal voeren tot verandering, zal vermeerdering van vermogen door verbetering van den bovenloop der rivier als regel voeren tot vermindering der waarde p in bovenstaande formule, een uitkomst, die men op het eerste gezicht niet als gevolg van verbeteringswerken zou verwachten.

§ 7. Afwijkingen van de sinusoïde in den vorm der getijlijn. Zelfs indien de getijlijn voor den mond der rivier eene zuivere sinusoïde ware, dan leidt het verschil in voortplantingssnelheid tusschen H.W. en L.W. tot vervorming van de getijlijn in de rivier zelve.

De periode van het geheele getij blijft dezelfde, doch die waarin de rijzing plaats vindt wordt korter, die waarin de waterstand daalt langer.

Waar als regel de vermogenkromme in phase vóór is bij de getijlijn, is van de ongelijkheid der perioden van rijzing en daling, een gevolg dat de vloedperiode korter is dan de ebperiode, ook al kan de invloed van den afvoer der bovenrivier buiten beschouwing worden gelaten.

Zijn de profielsinhouden op het oogenblik van maximumsnelheid bij vloed aanmerkelijk grooter, dan die op het oogenblik van maximum-snelheid bij eb, dan behoeft van de ongelijkheid in periode, ook bij gelijk vermogen van eb en vloed, nog niet het gevolg te zijn, dat de maximum-snelheid bij vloed in omgekeerde reden van de verhouding tusschen de perioden, grooter is dan de max.-snelheid bij eb.

Wel zullen de waarden $\frac{\partial U}{\partial x}$ en $\frac{\partial U}{\partial t}$ bij vloed grooter zijn dan bij eb, zoodat de afwijkingen van de waarde J_0 in het totaal verhang eveneens grooter zullen zijn.

Dientengevolge zal de waarde p in de formule

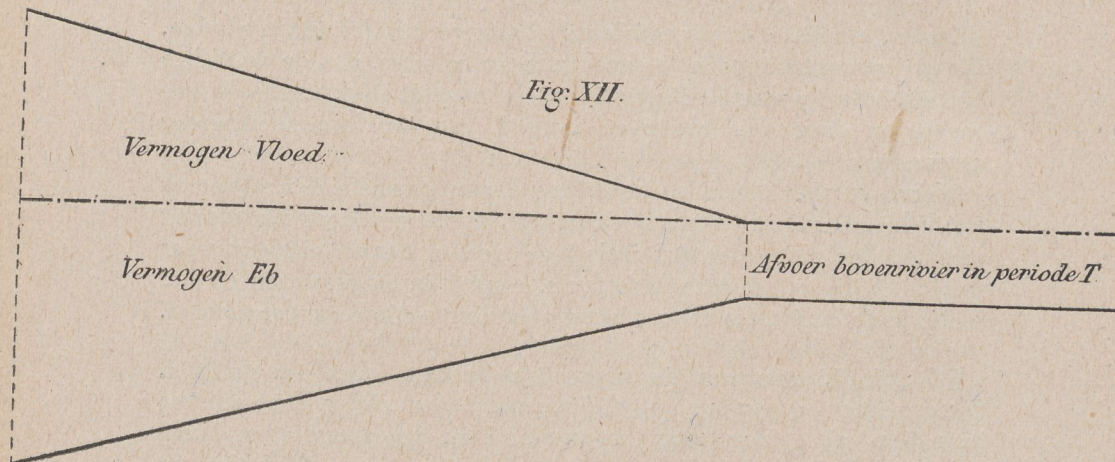
$$h = A e^{px} \cos \phi$$

in de buurt van H.W. grooter zijn dan in de buurt van L.W.

Inderdaad worden bij beschouwing der lijnen van H.W.standen en van L.W.standen in den benedenloop van benedenrivieren, waar geen invloed van afvoer van bovenrivieren, of van het te niet loopen der diepte is te verwachten, in de H.W lijn grooter verhangen waargenomen dan in de L.W lijn.

§ 8. **Invloed van de bovenrivier.** Ten gevolge van den afvoer der bovenrivier is het vermogen van de eb grooter dan dat van den vloed.

Wordt op de lengte-as der rivier het vermogen van eb en vloed als ordinaat uitgezet dan krijgt men onderstaande figuur.



De oogenblikken van kentering van vloed op eb en van eb op vloed naderen meer en meer het oogenblik van maximumvermogen, naarmate men verder van den mond komt.

Ten slotte vallen zij daarmede samen, d. w. z. er heeft geen kentering meer plaats; boven dit punt wordt de ebstroom alleen tijdelijk verzwakt tijdens de rijzing van het water.

In verband met het phase-verschil tusschen vermogen-kromme en getijlijn is er in elke benedenrivier een punt, waar het tijdverschil tusschen max. vermogen van den vloed, oogenblik van H.W. en oogenblik van kentering zoodanig is, dat het verhang ten tijde van H.W. tegengesteld is aan de stroomrichting, aangezien het totale verhang tegengesteld is aan J_0 , zoodat de lijn der H.W.standen altijd op meer of minder grooten afstand van den mond gaat oploopen.

Eveneens zal er in elke benedenrivier een punt zijn, waar de stroomsnelheid ten tijde van L.W. zoo groot is, dat het verhang het teeken van J_0 heeft.

Hoe grooter het vermogen van de bovenrivier in verhouding tot het totale vermogen, hoe grooter het verhang van de L.W.-lijn zal zijn in verhouding tot dat van de H.W.-lijn en hoe sneller de amplitude in de richting van de voortplanting van het getij zal afnemen.

In het gebied der benedenrivier, waarin zoowel de H.W.-lijn als de L.W.-lijn, of alleen de L.W.-lijn verhang hebben naar den mond, blijft de in § 5 gevonden betrekking

$$J = \text{coëff.} \frac{\text{amplitude}}{\text{periode} \times \text{voortplantingssnelheid}}$$

geldig.

Voor het verhang J is dan echter niet het werkelijk verhang te nemen ten tijde van de maximumsnelheid, doch het verschil tus-

schen dit verhang en het verhang in het punt van waarneming van de meetkundige plaats van halftij in het lengteprofiel.

Zijn de getijlijnen tusschen H.W. en L.W. zuivere sinusoiden, dan is de meetkundige plaats van halftij, tevens die van de buigpunten in de getijlijnen.

Heeft in de vloedperiode wel vermindering van snelheid plaats, doch geen kentering, dan is voor de berekening der voortplantings-snelheid van H.W., het verhang ten tijde der minimum snelheid te nemen.

Over het algemeen zal het voorafgaande in acht zijn te nemen bij beschouwing van het gebied der benedenrivier, waarin zich de invloed der bovenrivier het krachtigst doet gelden.

§ 9. **De Waterweg van Rotterdam naar zee.** De getijbeweging in den Waterweg wordt beheerscht:

1°. Door de eigenaardige gedaante der getijlijn, die een dubbel L.W. vertoont, of althans eene zeer langzame daling van den waterstand in de periode, die aan den L.W.-stand voorafgaat;

2°. Door een vrij groot vermogen van de bovenrivier in verhouding tot de opgenomen hoeveelheid getijwater;

3°. Door een zeer geringe vernauwing van de vloedkom van zee af;

4°. Door de naar verhouding groote waterberging in het bovengedeelte der Nieuwe Maas, in het havencomplex van Rotterdam, in den Hollandschen IJssel en in de Noord.

De vorm van de getijlijn bevordert het optreden van eene lange eb-periode in vergelijking met de vloed-periode. Ten gevolge van deze ongelijkheid is de max. stroomsnelheid bij vloed soms grooter dan de max. stroomsnelheid bij eb en in elk geval niet zooveel kleiner, als zou volgen uit het verschil tusschen de vermogens van eb en van vloed, dat zelfs in den mond een belangrijk percentage van het totaal vermogen is.

Hoewel het phase-verschil tusschen snelheidskromme en getijlijn in den benedenloop der rivier, gering is in vergelijking met andere rivieren, is de ebsnelheid ten tijde van het tweede L.W. een veel geringer percentage van de max. snelheid bij eb, dan de stroomsnelheid bij H.W. van de max. snelheid bij vloed is.

Daarentegen is de negatieve waarde van $\frac{\delta U}{\delta t}$ na U max. bij vloed veel grooter, dan bij eb.

Aangezien de maximum snelheden in den benedenloop der rivier zeer groot zijn, heeft ten tijde van H.W. en L.W. de waarde van J_0 den grootsten invloed op het teeken van het verhang.

In den benedenloop der rivier loopt dan ook de H.W.-lijn af, de L.W.-lijn op; wegens den vorm der getijlijn is, ondanks de aanwezigheid der lage dammen, het afloopen van de H.W.-lijn sterker dan het oploopen van de L.W.-lijn en wel omdat de stroomsnelheden ten tijde van het 2°. L.W. zooveel geringer zijn dan ten tijde van H.W.

De hoogte van het eerste L.W. neemt rivieropwaarts snel toe; te Rotterdam is zelden een sprekend eerste L.W. waar te nemen, te Hoek van Holland is het eerste L.W. dikwijls lager dan het tweede, te Maasluis is, voor zoover mij bekend, het tweede L.W. altijd het laagste.

Dit is een gevolg van de zeer groote stroomsnelheden ten tijde van het eerste L.W.

Bij normalen afvoer van de bovenrivier is het vermogen van den vloed in de doorgraving ongeveer twee derde van het vermogen bij eb.

Eene dergelijke verhouding komt in den benedenloop van andere voor de scheepvaart bruikbare benedenrivieren niet voor.

Hetzij door grooter tijverschil, hetzij door grooter oppervlak van de vloedkom, gewoonlijk door beide oorzaken te zamen, bedraagt dan het vermogen van den vloed van een veel grooter percentage van dat van de eb.

Zonder den in het voorafgaande genoemden eigenaardigen vorm der getijlijn, zou dan ook de L.W.-lijn in den Waterweg veel sterker oploopen dan thans het geval is.

Ten gevolge van den weinig sprekenden trechtervorm van den Waterweg is in de Doorgraving het phase-verschil tusschen vermogenkromme en getijlijn gering.

Rivieropwaarts wordt dit phase-verschil grooter, overeenkomstig het dienaangaande opgemerkte in § 6.

De groote vloedkommen gevormd door het havencomplex te Rotterdam, den Hollandsche-IJssel en de Noord, liggen op zoodanigen afstand van den mond, dat hunne vulling de phase der vermogenkromme in de Doorgraving vertraagt, waardoor het afnemen der amplitude in de richting der golfvoortplanting grooter wordt, dan zulks bij afwezigheid van die vloedkommen het geval zou zijn.

Bij stormvloed neemt de waterberging weliswaar toe, doch de verhouding tusschen dwarsprofielen en vermogen blijft zoodanig, dat slechts bij enkele stormvloeden de stroomsnelheden aanmerkelijk grooter zijn dan bij normale getijden.

Uit voor het verslag der sub-commissie BII en BIII verzamelde gegevens, blijkt dan ook de gemiddelde voortplantingssnelheid van H.W. bij 81 stormvloeden tusschen Hoek van Holland en Vlaardingen gelijk te zijn aan de normale voortplantingssnelheid van H.W.

Opmerking verdient, dat de voortplantingssnelheid bij stormvloed tusschen Hoek van Holland en Maasluis grooter en tusschen Maasluis en Vlaardingen kleiner is, dan bij normale vloeden.

Procentisch nemen de inhouden der dwarsprofielen in de Doorgraving en op het Zuiden bij hooge waterstanden meer toe dan tusschen Maasluis en Vlaardingen.

Ook de storende werking der lage dammen is bij hooge waterstanden van minder beteekenis dan bij normale waterstanden.

Ten slotte is het zeer waarschijnlijk, dat de voortplanting van het

getij boven Maasluis bij stormvloed meer dan bij normalen vloed vertraagd wordt als gevolg van grootere wateronttrekking door de Noordgeul.

Als bijlage 88 is bij deze nota eene grafische voorstelling gevoegd van het berekend verhang in de raai, waarin 8 Juli 1908 stroomdrijvingen in het Scheur zijn verricht, waarbij echter de overigen uiterst geringe waarden van J_2 verwaarloosd zijn.

De verhouding tusschen de waarde J_3 (max) en tusschen de waarde J in de buigpunten van de getijlijn komt bevredigend overeen met de verhouding tusschen de voortplantingssnelheid, berekend uit de formule voor de golfvoortplanting, en de waargenomen voortplantingssnelheid van normale getijden in den Waterweg.

§ 10. **Brielsche Maas c. a.** De vloedkom van Brielsche Maas, Botlek en Oude Maas is groot in verhouding tot den inhoud der dwarsprofielen (zie voor cijfers verslag sub-commissie BII en BIII).

Bij stormvloed is de verhouding tusschen inhoud vloedkom en inhoud dwarsprofielen belangrijk minder gunstig dan bij normale waterstanden, zoodat dan eenzelfde voortplantingssnelheid slechts te verkrijgen zou zijn door aanzienlijke vermeerdering der stroomsnelheden.

Ten gevolge van den invloed der alsdan optredende wrijving is vermeerdering van stroomsnelheid slechts te verkrijgen door vermeerdering van verhang en dus door vermindering van voortplantingssnelheid.

Bij stormvloed is, volgens de gegevens verzameld voor het verslag der sub-commissie BII en BIII, de voortplantingssnelheid van de schutsluis Rozenburg tot Nieuwesluis 80 pct. van die bij normale getijden; de voortplantingssnelheid van Nieuwesluis tot Spijkenisse 104 pct. van die bij normale getijden.

De geringe vermeerdering in laatst genoemd vak is vermoedelijk te wijten aan den grooteren invloed bij stormvloed dan bij normale getijden van de interfereerende golf verwekt door aanvoer uit de Noordgeul.

Zonder dezen aanvoer zou ook boven Nieuwesluis eene belangrijke vermindering in voortplantingssnelheid te verwachten zijn.

Te Spijkenisse en daarboven wordt vermoedelijk ook nog eenigen invloed ondervonden van den aanvoer uit het Spui, doch deze invloed leidt in vele gevallen tot vertraging van de voortplantingssnelheid.

De versnelling der voortplanting in de Botlek bij stormvloed, stemt overeen met de vertraging, die in den Waterweg tusschen Maasluis en Vlaardingen kan worden waargenomen, op welke vertraging in § 9 is gewezen.

§ 11. **Conclusie.** In verband met het voorafgaande komt het mij voor, dat in een getijrivier de voortplantingssnelheid, alsmede het verloop der lijnen van H.W.standen en L.W.standen met voldoende

nauwkeurigheid te bepalen is voor een te verwachten getij of na uitvoering van een ontworpen verbetering.

Uit de ontleding van waargenomen getijden is de coëff. af te leiden, toe te passen bij de berekening van J_0 uit de stroomsnelheid.

Vervolgens kan zoo nauwkeurig mogelijk geschat worden het verloop der amplitude en de voortplantingssnelheid van H.W. en L.W. bij het te onderzoeken getij, door vergelijking met gegevens afgeleid uit waarneming van bekende getijden.

Met deze benaderde waarden wordt in verschillende profielen de vermogenkromme en de snelheidskromme berekend.

Uit de gevonden waarde kan in deze profielen de verhangkromme berekend worden, waarna kan worden onderzocht in hoeverre de berekende verhangen overeenkomen met de verhangen volgende uit het aangenomen verloop der amplitude en uit de aangenomen voortplantingssnelheden.

Daarna kunnen de aangenomen waarden gecorrigeerd worden.

Vermoedelijk zal bij eene tweede correctie reeds eene voldoende nauwkeurigheid bereikt worden.

Het komt mij niet noodig voor thans voor den Waterweg dergelijke uitvoerige berekeningen uit te voeren, ter beantwoording der aan de Staatscommissie gestelde vragen.

Wel zou een dergelijke berekening te zijner tijd nut hebben om bijv. den invloed op de getijbeweging in den Waterweg na te gaan van afsluiting van de Botlek of van de uitvoering van alle in de plannen der gemeente Rotterdam opgenomen havenwerken.

Intusschen kan op grond van het voorafgaande het volgende worden opgemerkt omtrent den invloed van verbeteringswerken op de getijbeweging in den Waterweg.

Bij de uitvoering van dergelijke werken zal men er zoo lang mogelijk naar streven, de verbetering zoo uit te voeren, dat de diepte in de vaargeul door den arbeid der getijbeweging in stand wordt gehouden.

Dientengevolge mag de stroomsnelheid niet kleiner worden; in den benedenloop, d. w. z. beneden Maassluis zal de verdieping zelfs met vermeerdering van stroomsnelheid gepaard moeten gaan, ten einde den voor uitschuring zeer ongunstigen en met de diepte toenemenden invloed op te heffen van het verschil in soortelijk gewicht van zout en van zoet water.

Het phase-verschil tusschen vermogen-kromme of snelheidskromme en getijlijn zal tengevolge van rivierverbetering, zonder aanmerkelijke wijziging in de horizontale projectie van den vloedkom, weinig veranderen.

Te verwachten is, dat dit phase-verschil in den benedenloop althans, eerder kleiner dan grooter zal worden, aangezien tengevolge van verbetering der rivier, vooral de waterberging in het bovengedeelte van den vloedkom zal toenemen wegens vermeerdering der amplitude aldaar. (Zie slot § 6).

Bij vermeerdering der maximum-snelheid en vermindering van

phase-verschil tusschen snelheidskromme en getijlijn, wat alsdan in de Doorgraving en in het zoogenaamde „Zuiden” te verwachten is, zal de amplitude in de richting der voortplanting van het getij sterker afnemen.

Onder deze omstandigheden kan in den benedenloop van den Waterweg als gevolg van de uitvoering van verbeteringswerken eerder verlaging van H.W.-standen, dan verhooging worden verwacht.

Deze beschouwingen zijn niet in strijd met de uitkomsten van het empirisch onderzoek.

IJmuiden, 2 Mei 1918.

Het lid der Commissie,

J. J. CANTER CREMERS.

Voortplanting van het hoogwater op de benedenrivieren.

Inleiding.

Bij de berekeningen omtrent de voortplanting van de zogenaamde vloedgolf op onze benedenrivieren gaat men somtijds uit van de onderstelling dat men te doen heeft met de beweging van vrije of gedwongen golven, voortgebracht door periodieke bewegingen der waterdeeltjes, waarbij de gewone wetten van interferentie, terugkaatsing, enz. der golven gelden.

Men kan de voortplanting van de vloedgolf echter ook trachten te verklaren door bewegingen der waterdeeltjes, welke deze wetten niet volgende, rechtlijnig voortgaan in de richting der rivieras, en waarvan de snelheid, gemiddeld dezelfde in hetzelfde dwarsprofiel, verandert met den tijd en den afstand van het profiel tot den riviermond. De oorzaak dier beweging is te zoeken in de waterbeweging in zee bij den mond.

Het is voor de berekeningen van belang te weten, of de juistheid van de eene of andere beschouwingswijze door de waarnemingen aan onze benedenrivieren wordt bevestigd, maar, voor zoover mij bekend is, heeft alleen de Heer C. W. LELY een onderzoek met betrekking tot dit onderwerp ingesteld, en wel over het verband tusschen de voortplantingssnelheid en de hoogte van de vloedgolf; de door hem verkregen uitkomst is geenszins in overeenstemming, veeleer in tegenspraak met wat men uit de eerste beschouwingswijze zou afleiden. Deze onbevredigde uitkomst gaf mij aanleiding na te gaan, in hoever de tweede beschouwingswijze met de waarnemingen in overeenstemming is, en ik meende mij bij dit onderzoek met vrucht te kunnen bedienen van de op den Rotterdamschen Waterweg verrichte stroommetingen en de daarmede gepaard gaande peilschaalaflezingen.

Afleiding der gebruikte formules en wijze waarop de waarnemingen met die formules kunnen worden vergeleken.

Bij dit onderzoek neem ik de volgende notaties aan:

De afstand van het doorstromingsprofiel tot een dicht aan zee gekozen oorsprong, stroomopwaarts positief gerekend, zij x ; de hoe-

veelheid water per tijdseenheid door dit profiel gestroomd, positief in de richting van toenemende x , zij H ; de breedte der rivier daar ter plaatse zij B ; de waterhoogte boven een aangenomen horizontaal vlak zij h ; de tijd zij t .

Beschouwt men een vakje tusschen twee profielen op afstanden x en $x + dx$ van den oorsprong, dan zal, als men alleen rekening houdt met de regelmatig voortgaande beweging, de toename van de waterhoeveelheid in dat vakje per tijdseenheid $-\frac{dH}{dx}dx$, en in den tijd dt , gelijk $-\frac{dH}{dx}dxdt$ zijn. De verhooging van den waterspiegel in het vakje gedurende den tijd dt is $\frac{dh}{dt}dt$ en de hierdoor veroorzaakte toename der waterhoeveelheid $B\frac{dh}{dt}dt dx$. Uit de gelijkstelling dier beide hoeveelheden volgt:

$$-\frac{dH}{dx} = B\frac{dh}{dt} \quad (I)$$

Deze continuïteitsvergelijking geldt voor elke vloeistofbeweging, wanneer de door eene vertikale doorsnede stroomende hoeveelheid bepaald wordt door de aan de deeltjes in die doorsnede meegedeelde horizontale snelheidscomponente; zij geldt dus ook als men uitgaat van eene periodieke golfbeweging.

Eene beslissing, of de eerste of de tweede voorstellingswijze bij de berekeningen moet worden gevolgd, is dus met deze vergelijking alleen niet te verkrijgen; wel kan men nagaan of, zonder andere betrekkingen die uit de golftheorie kunnen worden afgeleid, b.v. de afhankelijkheid van de snelheid van voortplanting van de hoogte der vloedgolf of de diepte der rivier, deze vergelijking rekenschap kan geven van hetgeen de waarnemingen omtrent de voortplanting van de vloedgolf leeren.

De waarde van $\frac{dh}{dt}$ in de vergelijking kan met voldoende nauwkeurigheid worden verkregen indien voor het profiel de getijkromme door peilschaalaflezingen of een registreerende getijmeter bepaald is. De waarde van $\frac{dH}{dx}$ kan echter niet zoo eenvoudig uit waarnemingen worden afgeleid. H verandert in het algemeen met de waarde van x , maar de beschikbare waarnemingen zijn niet toereikend om de betrekking tusschen die grootheden te bepalen zonder eenige min of meer plausible onderstellingen.

Ik heb mij tot twee verschillende onderstellingen beperkt, de eerste, dat in een regelmatig riviervak van hoogstens een tiental kilometers lengte H verandert evenredig met de waarde van x , en dus $\frac{dH}{dx}$ voor eenzelfde waarde van t , maar voor verschillende waarden van x , standvastig is, en gelijk is aan de verhouding der eindige verschillen $\frac{\Delta H}{\Delta x}$. Een andere onderstelling werd afgeleid uit den vorm der kromme lijn,

die de betrekking aangeeft tusschen de waarden van H in eenzelfde profiel en den tijd. Die kromme heeft, tijdens den vloed, veel overeenkomst met eene sinussoïde; ik meende dus dat de betrekking tusschen H en t gedurende de vloed-periode bij benadering kon worden voorgesteld door de vergelijking:

$$H = A \cos \pi \frac{t}{T} \quad (II)$$

als t de tijd is gerekend van het oogenblik der grootste doorstroming A , en T de duur van den vloed.

In een meer binnenwaarts gelegen profiel, dus voor eene grootere waarde van x , neemt volgens de waarnemingen het maximum van het doorgestroomde water af, en treedt tevens de tijd van dit maximum later in. Als eerste benadering kan worden aangenomen dat de vermindering van A en tevens de vertraging van het tijdstip van dat maximum evenredig zijn met de toename van x , terwijl de duur van den vloed, die slechts weinig verandert, als constant kan worden beschouwd.

Indien form. II geldt voor het profiel in den oorsprong, zal de doorgestroomde hoeveelheid in het profiel op een afstand x van den oorsprong worden voorgesteld door:

$$H = (A - ax) \cos \pi \frac{t - bx}{T}, \quad (III)$$

waaruit volgt:

$$\frac{dH}{dx} = -a \cos \pi \frac{t - bx}{T} + (A - ax) \frac{\pi b}{T} \sin \pi \frac{t - bx}{T},$$

$$\text{of: } \frac{dH}{dx} = P \sin \left\{ \pi \frac{t - bx}{T} - \phi \right\} \quad (IV)$$

$$\text{als } Tg \phi = \frac{aT}{\pi b(A - ax)} \text{ en } P = \sqrt{a^2 + \frac{\pi^2(A - ax)^2 b^2}{T^2}}$$

Volgens form. (I) is dus:

$$B\frac{dh}{dt} = -P \sin \left\{ \pi \frac{t - bx}{T} - \phi \right\} \quad (V)$$

$$\text{en } h = \frac{PT}{\pi B} \cos \left\{ \pi \frac{t - bx}{T} - \phi \right\} + \text{Const} =$$

$$= Q \cos \left\{ \frac{\pi}{T} \left(t - \frac{\phi T}{\pi} - bx \right) \right\} + \text{Const} \quad (VI)$$

als $Q = \frac{PT}{\pi B}$ is.

Uit (VI) volgt onmiddellijk dat in het profiel x het tijdstip van den hoogsten waterstand wordt aangegeven door:

$$t = \frac{\phi T}{\pi} + bx, \quad (VII)$$

als t gerekend wordt van het tijdstip der maximum-doorstroming in den oorsprong, of:

$$t = \frac{\phi T}{\pi}, \quad (VIIa)$$

als t gerekend wordt van het oogenblik van maximum-doorstroming in het profiel zelf.