

DI: 354555

waterloopkundig laboratorium

elastische gelijkvormige modellen  
van waterbouwkundige constructies

P.A. Kolkman

---

publicatie 49N

januari 1967

Z4806

BIBLIOTHEEK BOUWDIENST RIJKSWATERSTAAT

NR. Z4006 BOU.....

BIBLIOTHEEK

Bouwdienst Rijkswaterstaat

Postbus 20.000

3502 LA Utrecht

---

elastische gelijkvormige modellen  
van waterbouwkundige constructies

overdruk van:

"De Ingenieur", jaargang 79, no. 4  
januari 1967

P.A. Kolkman

---

publikatie 49N

januari 1967



# Leergang: 'Modellen en Schaalregels' T.H. Eindhoven <sup>1)</sup>

## V. Elastisch gelijkvormige modellen van waterbouwkundige constructies

door ir. P. A. Kolkman, ingenieur bij het Waterloopkundig Laboratorium

**Summary:** *Elastic conformity in models of hydraulic structures.* The technique of models with elastic similarity has been adapted for the use in hydraulic models. The problems of dynamic behaviour of structures due to flow turbulence and wave attack are often so complicated that only a model investigation with complete reproduction of the elastic and inertial properties of the gates can be successful.

Reproduction laws for flow models and for elastic models are derived, and the possibilities for combining the two are shown. The use of elastic models combined with free surface flow and wave motion leads to compromises between elasticity, fluid velocities and geometrical conformity in the elastic model. The verification measurements on the 50 m span gate of the Hagestein weir affirm the reliability of the technique, but show also an important influence of details as seals etc. on the elasticity and damping of the structure.

Other applications of elastic models of hydraulic structures are shown.

De stimulans tot de ontwikkeling van elastisch gelijkvormige modellen voor waterbouwkundige constructies is uitgegaan van de Deltawerken en de Rijnkanalisatie. Zo moesten voor enkele kunstwerken grote regelschuyven worden geconstrueerd, die soms extreem belast zouden kunnen worden door golfslag of langdurige stroming. Uit economische overwegingen werden nieuwe vormen ontworpen. De vragen betreffende de veiligheid van de constructie: de mate van trillen ten gevolge van stroming, of de responsie op een stootbelasting door golfaanval, werden aan het Waterloopkundig Laboratorium gesteld.

De toepassing van elastisch gelijkvormige modellen is niet nieuw: reeds vóór 1940 kende men plastic modellen van machineonderdelen om hierin de resonantiefrequentie te bepalen. Aangezien de massa en de elasticiteitsmodulus van plastic ten opzichte van die van staal bekend is, kon dan de frequentieschaal worden berekend.

Ook kent men de modellen die voor flutteronderzoek in windtunnels worden gebruikt. Hierbij worden dezelfde materialen toegepast als bij de prototypeconstructie. Het blijkt dat

<sup>1)</sup> Gehouden voor de Afdeling voor Werktuig- en Scheepsbouw van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs, op 18 en 19 januari 1966 te Eindhoven. Zie *De Ingenieur* 1965, nr. 52, blz. A 796 en 1966, nr. 48 blz. W231, nr. 50 blz. W247 en 1967, nr. 2 blz. W1.

het statische en dynamische gedrag goed wordt gereproduceerd als de windsnelheid dezelfde is als in prototype. In het volgende zal hierop nog verder worden ingegaan.

Voor de waterloopkundige onderzoeken waarbij de vrije waterspiegel voorkomt ligt met de keuze van de lengteschaal ook de snelheidsschaal vast. De snelheden in model zijn kleiner doordat ook de waterspiegelvariatiën en daarmee de drukverschillen geringer zijn, en daarmee ontstaat de noodzaak om voor elastische modellen andere modelmaterialen te kiezen. De hierna te beschrijven modeltechniek is ontwikkeld in samenwerking met ir. F. K. Ligtenberg, thans directeur van het TNO instituut voor Bouwmaterialen en Bouwconstructies. De waarde van deze techniek kan het best gedemonstreerd worden met een opsomming van de problemen die bij een rekenkundige aanpak overwonnen zouden moeten worden: Als een constructie reageert op een dynamische externe belasting, dan moet voor de responsieberekening, behalve met de elasticiteit en de massa van de constructie, met een zgn. meetrillende watermassa rekening worden gehouden. De grootte en verdeling van de schijnbare massavergroting is afhankelijk van de trillingsvorm. Ook de demping van de constructie moet bekend zijn, evenals de energie-absorptie door het water. Bij trillingen die samenhangen met een instabiliteit van het stroombeeld kunnen de bewegingen van de constructie weer de belasting beïnvloeden: er treedt terugkoppeling op.

Er moeten dus vele gegevens bekend zijn, nl. de mechanische eigenschappen van de constructie, de belasting als functie van de plaats van aangrijpen en de tijd en de mate van terugkoppeling met de beweging, de meetrillende watermassa en de waterdemping. Zijn de eenvoudige trillingsberekeningen bij samengestelde constructies al bewerkelijk, de complete aanpak is zonder elastisch model niet mogelijk.

Terwille van de overzichtelijkheid zullen afzonderlijk de schaalregels van het stromingsonderzoek en de schaalregels voor elastische modellen worden afgeleid. Tot slot zullen deze gecombineerd worden.

### Modelwetten bij stromingsonderzoek

Voor een complete reproductie in een model van de stromingsverschijnselen in prototype is nodig dat bij een conform

stroombeeld de verschillende in- en uitwendige krachten die op een waterdeeltje werken in dezelfde verhouding blijven werken.

In de vergelijking van het dynamische evenwicht van een waterdeeltje komen de volgende termen voor:

I. Versnelling.

$$\rho \frac{\delta v_x}{\delta t} + \rho \left( v_x \frac{\delta v_x}{\delta x} + v_y \frac{\delta v_x}{\delta y} + v_z \frac{\delta v_x}{\delta z} \right), \text{ enz.};$$

$\rho$  = dichtheid van de vloeistof,  $v$  = snelheidscomponent,  $x, y$  en  $z$  = coördinaten,  $t$  = tijd.

II. Druk.

$$\frac{\delta P}{\delta x} \text{ enz. waarin } P = p + \rho gh;$$

$p$  = lokale druk,  $g$  = zwaartekrachtversnelling,  $h$  = hoogte van de plaats t.o.v. een referentieniveau.

III. Viskeuze schuifspanning.

$$k_x = \frac{\delta \tau_x}{\delta y} + \frac{\delta \tau_x}{\delta z}, \text{ enz.}$$

en dit komt overeen met

$$\rho \nu \left( \frac{\delta^2 v_x}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 v_x}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 v_x}{\delta z^2} \right), \text{ enz.}$$

IV. Vrij vloeistofoppervlak.

Aan het oppervlak geldt  $p = p_{\text{atm}}$  (constant).

$$\frac{\delta P}{\delta x} = \rho g \frac{\delta h}{\delta x}.$$

V. Oppervlaktespanning.

$$(p_{\text{gas}} - p_{\text{vloeistof}}) = \pm \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

$\sigma$  = oppervlaktespanning,  $R_1$  en  $R_2$  = kromtestralen van het oppervlak.

Als bekend is dat alle lengten met  $n_L$  worden gereduceerd, zijn, door de invariantie in te voeren van de verhouding tussen de termen, de schaalfactoren te bepalen.

a. Uit I volgt:

$$n_t = n_L/n_v.$$

b. Uit II/I volgt:

$$n_p = n_p n_v^2.$$

c. Uit III/I volgt:

$$n_p n_L/n_v = 1.$$

Het getal van Reynolds ( $Re = vL/\nu$ ) is invariant.

d. Uit IV/I volgt:

$$n_v^2/n_g n_L = 1.$$

Het getal van Froude ( $Fr = v^2/gL$ ) is invariant.

e. Uit V volgt:

$$n_p = n_\sigma/n_L, \text{ en dus met V b.:}$$

$$n_p n_L n_v^2/n_\sigma = 1.$$

Het getal van Weber ( $We = \frac{\rho L v^2}{\sigma}$ ) is invariant.

De invariantie van het getal van Reynolds, Froude en Weber geeft de voorwaarden voor de snelheidsschaal, terwijl de schaal van de drukken en de tijd via de relatie  $a$  en  $b$  uit de gekozen snelheidsschaal volgen. Bij toepassing van een zelfde gas of vloeistof in model als in prototype zijn de voorwaarden voor de snelheid altijd strijdig. Hierbij geldt nl.

$$n_\rho = n_v = n_\sigma = n_g = 1.$$

Dit betekent bijv. dat we in een 1 : 20 model volgens de Reynoldsschaal 20 maal sneller, volgens de Froudeschaal  $\sqrt{20}$  maal langzamer en volgens de Weberschaal  $\sqrt{20}$  maal sneller zouden moeten stromen. De keuze zal afhangen van het doel van het onderzoek.

Doordat het water in de zee of in rivieren golvend of turbulent is, en doordat waterbouwkundige constructies zelden perfect gestroomlijnd zijn, zijn de waterdeeltjes steeds in sterk versnelde of vertraagde beweging. Het blijkt nu dat hierbij de viscositeit en de oppervlaktespanning een ondergeschikte rol spelen ten opzichte van de versnellings- en de zwaartekracht die op een deeltje werken (d.w.z.  $Re$  en  $We$  zijn zeer groot). Zelfs bij permanente stroming in grote pijpen of in betonnen irrigatiegoten blijkt de turbulentie door de wandruwheid zo groot te zijn dat de viscositeitsinvloed klein is.

Hierdoor ontstaat enige vrijheid om in een model niet de correcte waarde van  $Re$  in te voeren, mits deze waarde ook in model voldoende groot is. Uit de literatuur zijn hierover voldoende gegevens bekend. Dat in het laboratorium bepaalde onnauwkeurigheden van het model om praktische redenen worden geaccepteerd spreekt vanzelf.

Uit het voorgaande volgt, dat, mits de kritieke ondergrens van  $Re$  niet wordt bereikt, in een model zonder vrije vloeistofspiegel de snelheidsschaal vrij mag worden gekozen. Indien er wel een vrij oppervlak is zal de invariantie van  $Fr$  de snelheidsschaal bepalen.

Als kunstgrepen om in een model een te kleine waarde van  $We$  of  $Re$  te compenseren kunnen worden genoemd de vergroting van de verticale schaal bij vrije oppervlaktestroming en de turbulentiedraad om de grenslaag sneller turbulent te maken. Het zal duidelijk zijn dat met beide methoden de conformiteit van het stroombeeld wordt bedreigd.

### Elastische eigenschappen van modellen

Voor een enkelvoudig massaveersysteem kan de uiteindelijke trillingsamplitude bij periodieke excitatie volgens fig. 1 worden beschreven. De vorm van de kromme is alleen afhankelijk van de demping.

$c$  = veerstijfheid,  $m$  = massa,  $A$  = amplitude,  $K$  = kracht,  $\omega$  = excitatie-hoekfrequentie,  $\omega_r$  = resonantie hoekfrequentie.

Voor reproductie in een stromingsmodel is vereist dat  $n_A = n_L$  en hieruit volgt:

$$n_c n_L/n_K = 1. \tag{1}$$

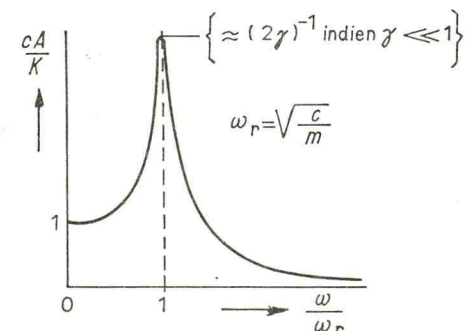


Fig. 1. Responsiecurve van een enkelvoudig massaveersysteem bij periodieke belasting.



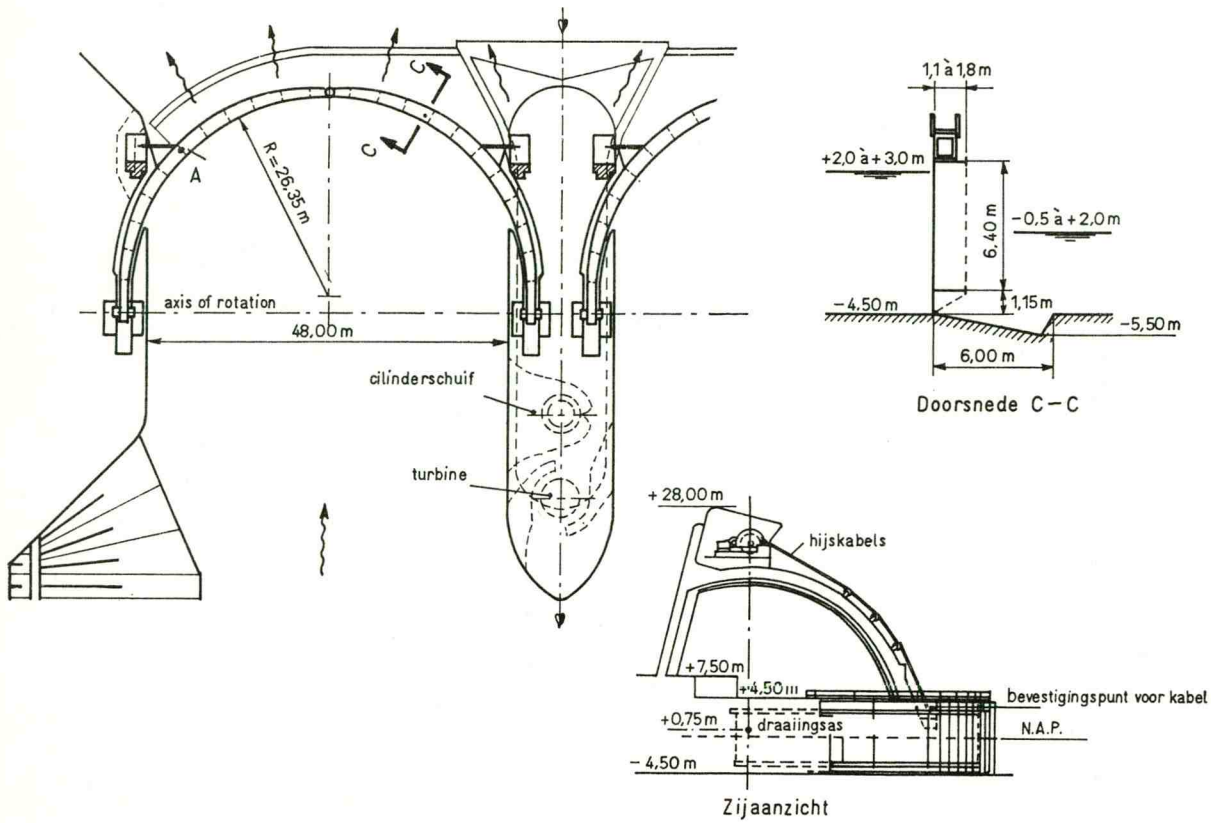


Fig. 2. Overzichtstekening stuw Hagstein.

Ook moet de schaal van  $\omega_r$  gelijk zijn aan de schaal van de excitatie-frequentie (bijv. de golf of de turbulentiefrequentie).

$$n_\omega / n_{\omega_r} = 1. \quad (2)$$

De relatieve demping  $\gamma$  (demping/kritische demping) moet in prototype en model gelijk zijn:

$$n_\gamma = 1. \quad (3)$$

Met voorwaarde (1) en (2) ligt de massaschaal vast.

$$n_m = n_c / n_{\omega_r}^2 = n_K / n_L n_\omega^2. \quad (4)$$

Omdat bij trillen van een constructie in vloeistof een schijnbare massavergroting optreedt moet de schaal van de model-massa met de watermassa aan deze voorwaarde voldoen.

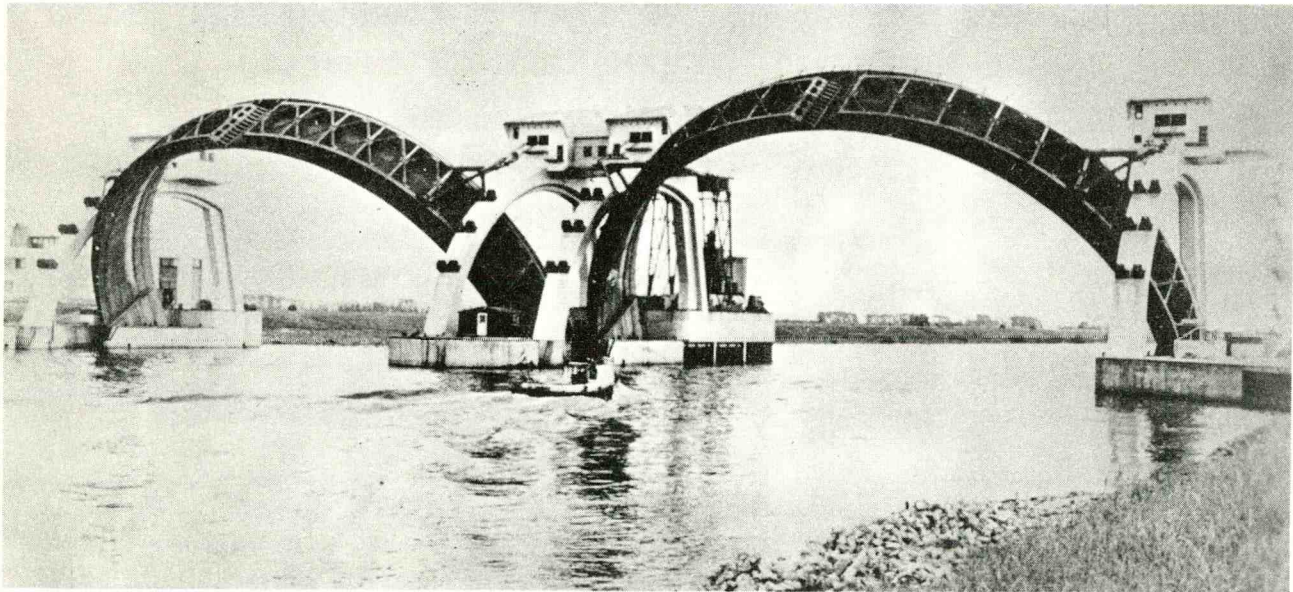


Fig. 3. Aanzicht van de benedenstroomse zijde van de stuw.



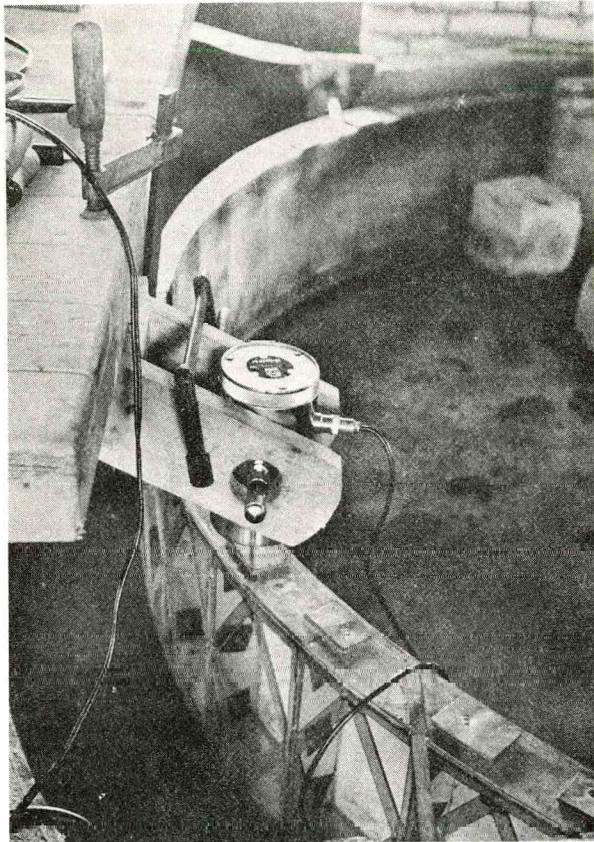


Fig. 4. Elastisch gelijkvormig model tijdens excitatieproeven.

Voor elastische modellen van samengestelde constructies kan voorwaarde (1) worden vervangen door:

$$n_\varepsilon = n_\sigma/n_E = n_K/n_L^2 n_E = 1, \quad (5)$$

$\varepsilon$  = relatieve vervorming,  $\sigma$  = materiaalspanning,  $E$  = elasticiteitsmodulus.

Voor afschuiving geldt analoog:

$$n_K n_L^2 n_G = 1. \quad (5a)$$

Uit de combinatie van (5) en (5a) volgt  $n_G = n_E$ ; hieraan wordt meestal automatisch voldaan.

#### Combinatie bij stroming zonder vrij oppervlak

Voor de stroming was gevonden

$$n_p = n_\rho n_v^2.$$

en dus

$$n_K = n_p n_L^2 = n_\rho n_L^2 n_v^2. \quad (6)$$

De veerstijfheid van een elastisch model volgt uit (1):

$$n_c n_L/n_K = n_c n_L/n_\rho n_L^2 n_v^2 = n_c/n_\rho n_L n_v^2 = 1. \quad (7)$$

Het getal van Cauchy

$$\left( Ca = \frac{c}{\rho L v^2} \right)$$

is invariant.

Voor de excitatiefrequentie door stroming of golven geldt  $n_t = n_L/n_v$ , ofwel  $n_\omega = n_v/n_L$ .

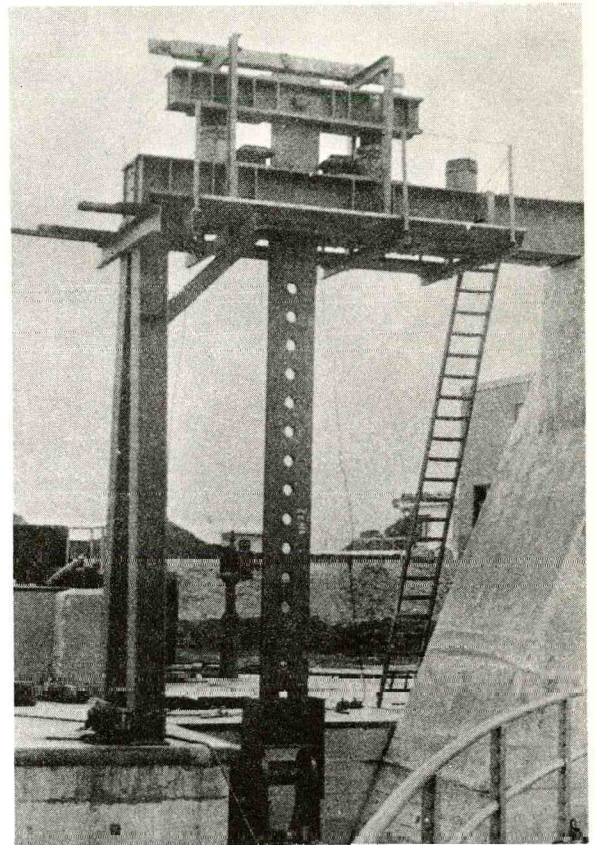


Fig. 5. Stripophanging prototypeschuif.

In combinatie met (2) volgt voor de resonantiefrequentie van het model:

$$\frac{n_L n_\omega}{n_v} = 1. \quad (8)$$

Het Strouhalgetal

$$\left( \frac{\omega_r L}{v} \right)$$

is dus invariant.

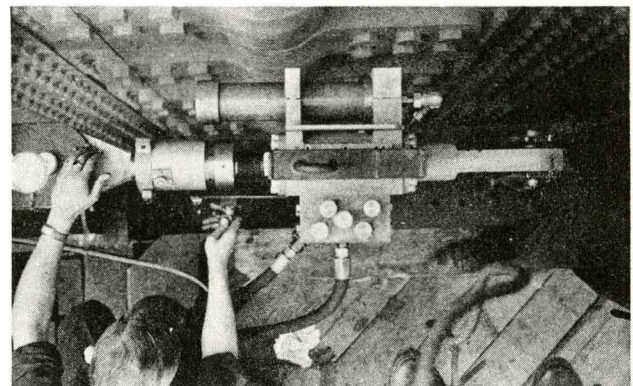


Fig. 6. Pulsator, gebruikt bij prototypemetingen.



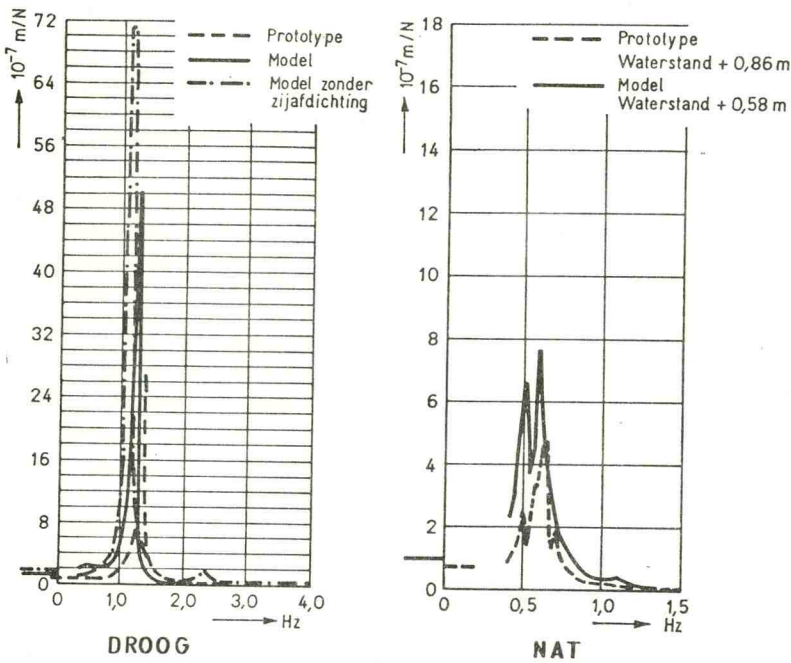


Fig. 7. Responsie prototype en model bij horizontaal tangenteel exciteren.

Voor de massaschaal vinden we uit (4), (6) en (8)

$$n_m/n_p n_L^3 = 1. \tag{9}$$

Het zou zin hebben om te spreken van de invariantie van het massagetal

$$\left( \frac{m}{\rho L^3} \right).$$

De totale massa, dus  $m_{constr} + m_{water}$  moet volgens (9) a.h.w. geometrisch worden verkleind maar dezelfde dichtheid behouden t.o.v. de omringende vloeistof. Dit is met de meertrellende watermassa reeds het geval, zodat het voldoende is om  $m_{constr}$  aan deze voorwaarde te laten voldoen.

Voor de massaveersystemen kan dus voor elke snelheid, door aanpassing van de veerstijfheid, een correcte reproductie in model van het trillingsverschijnsel worden verkregen, waarbij de massa van het model onafhankelijk is van de snelheid.

Bij samengestelde constructies wordt bij gebruik van dezelfde stromende vloeistof het model bij voorkeur gemaakt

van gelijke materialen als de prototypeconstructie. Dan is de massa voor alle trillingsvormen correct. Hierbij volgt uit (5) en (6), dat als  $n_E = n_p = 1$  dat

$$n_e = n_K/n_L^2 n_E = n_p n_L^2 n_v^2/n_L^2 n_E = n_v^2 = 1. \tag{10}$$

Dit betekent dat in model met de prototypesnelheid moet worden gestroomd. Zoals in de inleiding reeds is vermeld, wordt dit bij windtunnelonderzoek van flutter van vliegtuigvleugels toegepast. Bij gelijke windsnelheid is ook het Machgetal correct. Dit komt doordat zowel de constructiematerialen als de lucht dezelfde vervormbaarheid behouden, hetgeen tot dezelfde schaalregels leidt.

#### Combinatie bij stroming met vrij oppervlak

Als extra voorwaarde wordt nu ingevoerd de invariantie van het Froudegetal. Dit geeft:

$$n_v = (n_g n_L)^{\frac{1}{2}}. \tag{11}$$

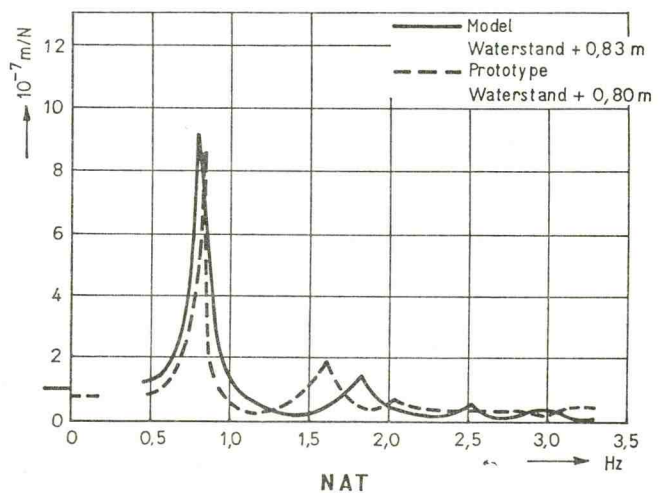
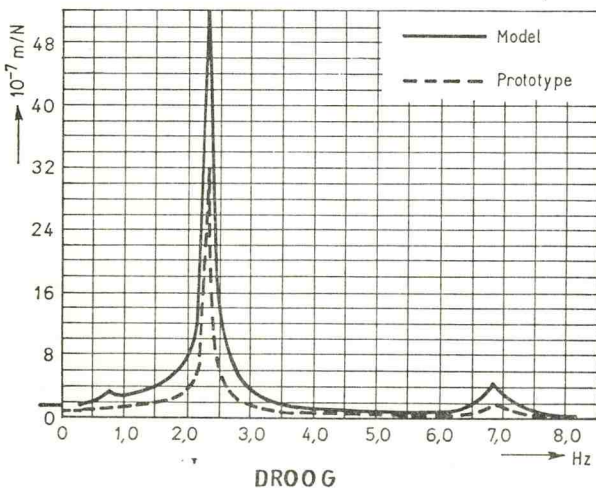


Fig. 8. Responsie prototype en model bij horizontaal radiaal exciteren.

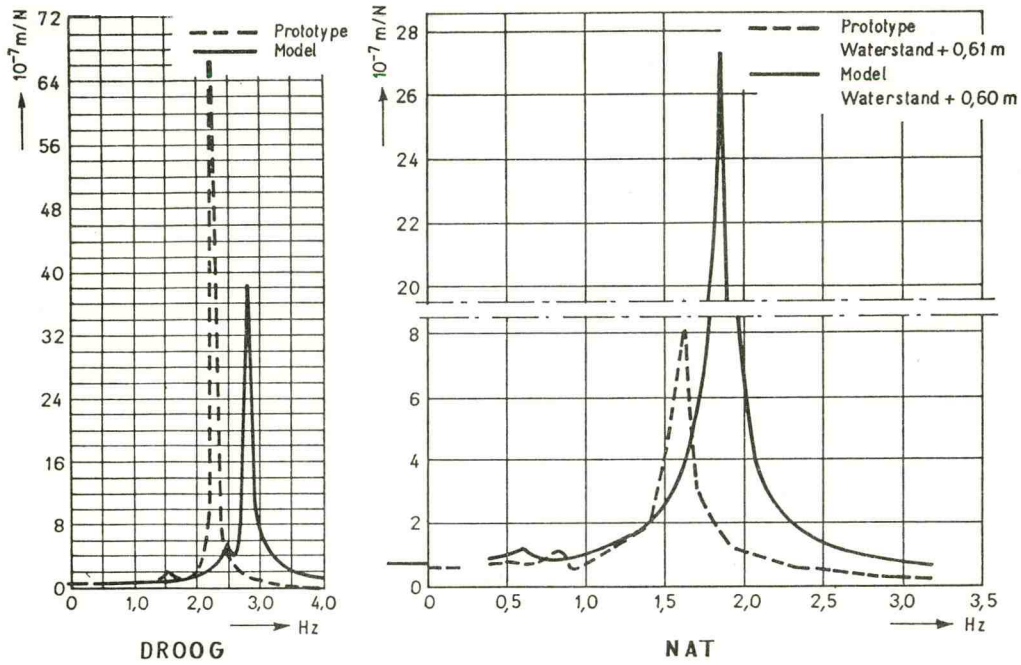


Fig. 9. Responsie prototype en model bij verticaal excitieren.

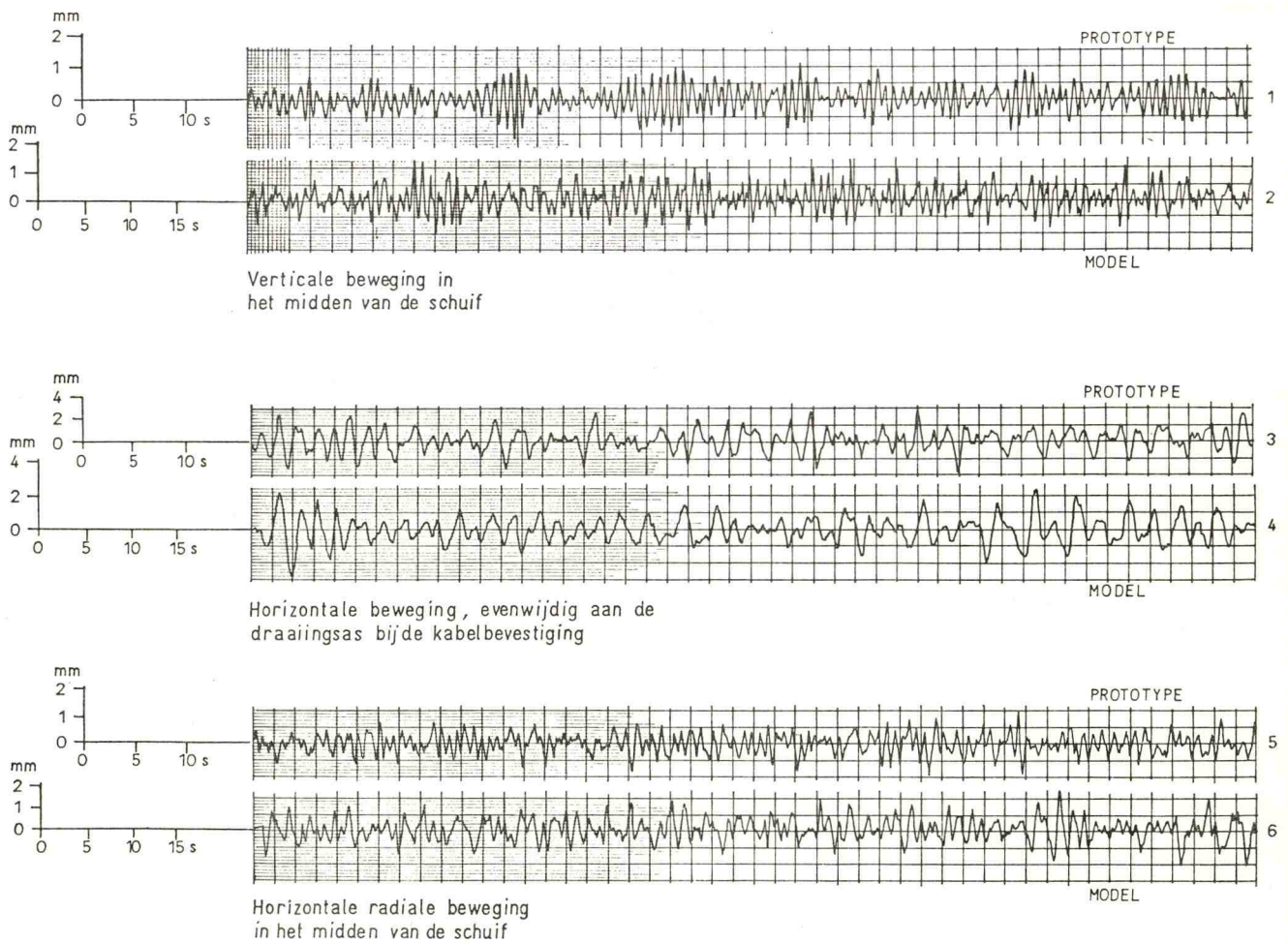


Fig. 10. Trilingsregistraties prototype en model tijdens stroming



De veerstijfheid van een model van massaveerssystemen volgt uit de invariantie van het Cauchygetal.

Voor samengestelde constructies moet volgens (5) en (6) gelden:

$$n_e = n_p n_L^2 n_v^2 / n_L n_E. \text{ Hetgeen resulteert in: } n_L / n_E = 1. \quad (12)$$

Ook moet voldaan zijn aan  $n_{p;\text{constr}} = n_p = 1$ . Dit materiaal is voor de bruikbare schaalgrootten onvindbaar.

Bij samengestelde constructies blijkt de stijfheid echter lineair te zijn met de plaatdikte (met uitzondering van de lokale buigingsstijfheid van platen en massieve liggers) zodat, met opoffering van de geometrie, de stijfheid gecorrigeerd kan worden.

Er is een praktische voorkeur om in model een te lage  $E$ , en dus een te grote plaatdikte toe te passen. Tot nu toe worden plastic modellen toegepast, met  $n_E \approx 60$  t.o.v. een stalen prototypeconstructie.

Dit zou volgens (11) neerkomen op  $n_L = 60$ , maar hierbij worden de modellen zo klein dat dit i.v.m. het Reynoldsgetal niet toelaatbaar is. Toegepast is bij het onderzoek aan de vizierschuiven van de stuw te Hagestein  $n_L = 20$ , zodat de  $E$  een factor 3 te laag is. Dit is gecompenseerd door een 3 maal grotere plaatdikte toe te passen. Aangezien de toegepaste kunststof (trovidur)  $5\frac{1}{2}$  maal zo licht is als staal, gaf de 3 maal te grote plaatdikte nog een te kleine massa van het model.

De correctie hierop werd zodanig aangebracht dat de stijfheid niet is beïnvloed. Hiertoe zijn lokaal loden gewichtjes toegevoegd die zoveel mogelijk evenredig met het tekort aan massa verspreid werden aangebracht.

De voorwaarde voor de demping dat  $n_\gamma = 1$  (3) blijft natuurlijk te allen tijde gehandhaafd. Het is mogelijk dat bij geometrische modellen van gelijke materialen als in prototype de  $\gamma$  gelijk blijft, omdat  $\gamma$  grotendeels een materiaalconstante is. Bij wrijvende delen, bij scharnieren of rubber afdichtingen is de demping niet automatisch op schaal. Ook in de demping t.g.v. de vloeistof zijn schaalears effecten te verwachten. Wat dit laatste betreft zal de demping wel op schaal zijn als deze het gevolg is van de sleepkracht van liggers etc. in turbulente stroming, maar niet als de viscositeit maatgevend is (bijv. een plaat die in zijn vlak trilt). Veelal is het nodig om de dempingen van scharnieren etc. afzonderlijk te beschouwen en ook zal nagegaan moeten worden in hoeverre de vloeistofdemping op schaal is.

De demping is maatgevend bij de bepaling van de evenwichtsamplitude bij resonantie. In het algemeen zal echter bij het optreden van resonantie de vormgeving zodanig veranderd moeten worden dat geen resonantie meer optreedt. Het model geeft een indicatie voor het al dan niet optreden van resonantie mits de modeldemping laag genoeg is, liefst lager dan in prototype.

Indien geen resonantie optreedt blijft de demping van belang, omdat de responsie op niet periodieke excitatie ten gevolge van het turbulente stromingsveld ook componenten van de resonantiefrequentie bevat (zie fig. 10), de invloed is echter kleiner dan bij resonantietrillingen.

De demping is van ondergeschikt belang bij de responsie op stootverschijnselen, daar de maximale amplitude optreedt kort na de klap zodat er weinig energiedissipatie op kan treden.

Bij de toepassing van kunststofmodellen is de materiaaldemping te groot. Daarentegen bleek bij de verificatiemetingen in Hagestein dat de wrijving van andere delen

hierover domineert, zodat het model als totaal zelfs vaak minder gedempt was dan het prototype.

Bij elastische gelijkvormige modellen kan de vervorming direct worden gemeten m.b.v. rekstrookjes. Aangezien  $n_e = 1$  wordt direct de juiste rekwaarde verkregen. Bij te dun materiaal mag de lijm en de waterdichte afdekking niet de elasticiteit beïnvloeden; daarom worden in de praktijk rekstrookjes slechts beperkt toegepast.

#### Modelonderzoek en verificatiemetingen aan de vizierschuiven stuw Hagestein

De schuiven van de stuw dienen voor de peil- en afvoerbeheersing van de Neder-Rijn en moeten gedurende lange tijd, meestal maanden achtereen, in een regelstand staan. Daarom is het een eerste vereiste dat geen resonantietrillingen optreden. De vormgeving van de stuw was van een nieuw type met als voornaamste kenmerk de lichte, slappe, half cirkelvormige schuiven (fig. 2 en 3).

In het kort bevatte het modelonderzoek de volgende fasen:

- Met behulp van het elastische gelijkvormige model zijn de trillingsvormen en resonantiefrequenties bepaald (fig. 4). Door de, in horizontale richting, slappe constructie was de laagste resonantiefrequentie erg laag, nl. droog 1,3 Hz en ondergedompeld 0,6 Hz.
- In een star model van een moot zijn drukfluctuaties gemeten. De drukken gaven alle frequenties tussen 0 en 10 Hz te zien zodat altijd enige trillingen verwacht moeten worden. Door variatie van de vorm van de onderrand werd dit weinig beïnvloed.

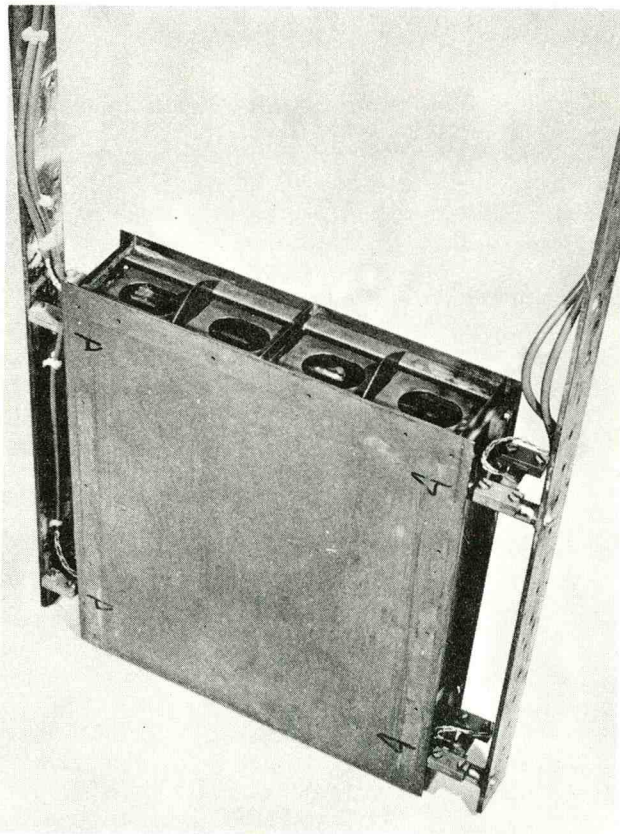


Fig. 11. Model van een riolschuif, zeesluis Terneuzen, uitgevoerd als enkelvoudig massaveerssysteem.



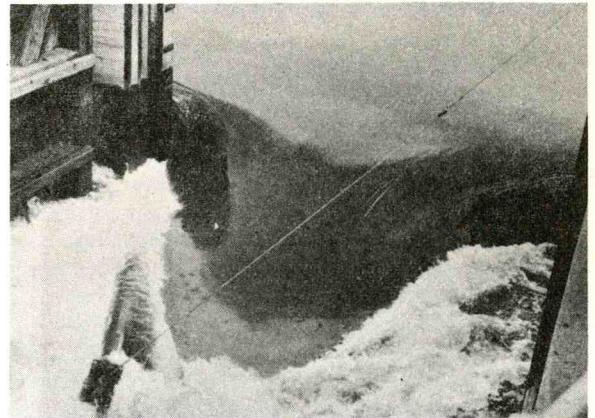
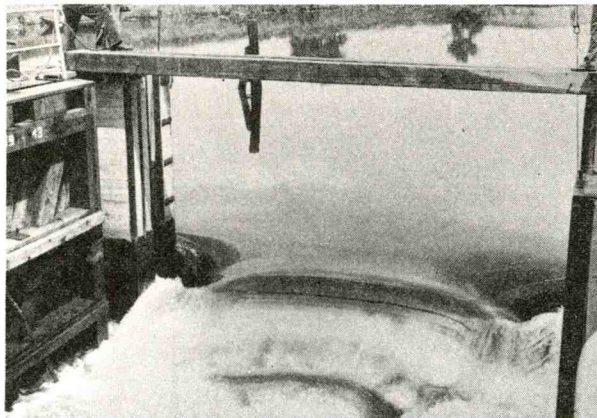
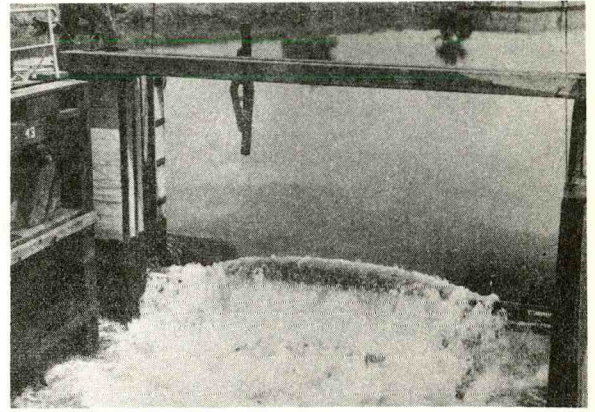
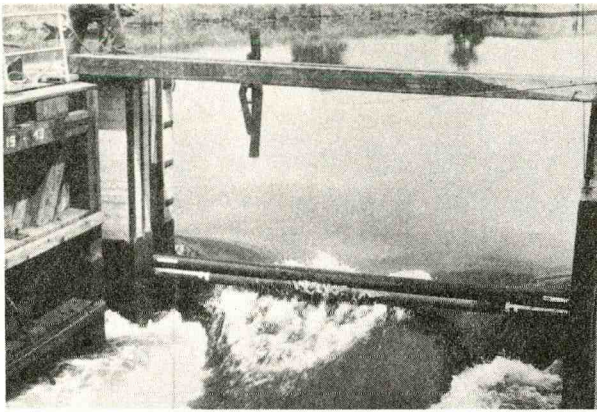


Fig. 12a t.e.m. 12d. Neerlaten van ronde schotbalken in stroom.

- c. Onderrandproeven. In een model van een moot (schaal 1 : 6), in veren opgehangen, werd nagegaan of bij horizontale- of verticale beweging en bij verschillende resonantiefrequenties, resonantietrillingen optraden. Bij het gekozen profiel traden deze niet op.
- d. Metingen met het elastische gelijkvormige model. De perforatie van de onderste verstijvingsligger bleek nog een behoorlijke reductie van de verticale trillingen te geven. De systematische metingen bij verschillende hefhoogten en waterstanden gaven geen belangrijke trillingsamplituden te zien; voor de horizontale beweging was de maximale amplitude 7 mm, voor de verticale 1,7 mm.
- e. Schaalproeven in het model als onder c. en een schaalmodel hiervan op schaal 1 : 20; de door stroming opgewekte trillingen werden vergeleken, evenals de demping van het water.

Aangezien de uitkomsten onder d. een grote marge van veiligheid toonde, en omdat de proeven onder e. geen grote schaafeffecten deed verwachten, werd de constructie voldoende veilig beoordeeld. In de praktijk blijkt bij speciale omstandigheden enige resonantie van delen van de beplating op te treden, die met een geringe verandering van schuifpositie is te ondervangen. Dit kon in het elastische model niet worden waargenomen omdat hierin de onderdelen veel te stijf zijn t.g.v. de grote plaatdikte.

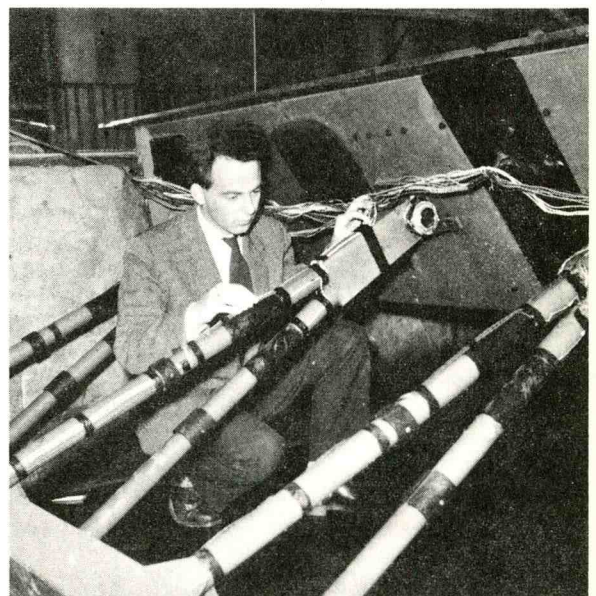


Fig. 13. Elastisch gelijkvormig model van brugligger met schuive van de spuisluis in het Haringvliet.



#### *Verificatiemetingen:*

Om de modeltechniek te toetsen zijn prototypemetingen ver-richt<sup>2)</sup>. Het model is opnieuw opgesteld om alle condities van de metingen te kunnen reproduceren. De stijfheid van de rubber zijafdichting is afzonderlijk getoetst bij dynamische belasting. Deze stijfheid is in model gereproduceerd.

Omdat bij de droge excitatieproeven de kabels nog niet aangebracht waren is de schuif tijdelijk in strippen opgehangen (fig. 5). Dit was voor de verificatie nuttig omdat anders de elasticiteit van de kabel te veel zou domineren en de conclusies betreffende het model minder betrouwbaar zouden zijn.

Fig. 7 en 8 tonen vergelijkende metingen voor de horizontaal tangentiële en de horizontaal radiale periodieke excitatie. De overeenkomst in frequentie in droge zowel als natte toestand is bevredigend. De opslinging was in model meestal groter dan in prototype. De invloed van het water op de resonantiefrequenties werd in het model behoorlijk gereproduceerd.

Fig. 9 geeft soortgelijke resultaten bij verticaal exciteren. De te grote torsiestijfheid van het model, gevolg van een sterke schematisatie van de vorm, geeft een te hoge resonantiefrequentie. Deze was van te voren redelijk te voorspellen. Opvallend is de grote demping van het water in prototype; bij deze metingen traden in de beplating hoogfrequente trillingen op die vermoedelijk veel energie absorbeerden.

Fig. 10 toont de trillingsregistraties verkregen tijdens een normale gebruikssituatie. In prototype zowel als in model hing de schuif in kabels. De overeenkomst tussen de resultaten was bevredigend.

Het onderzoek heeft aangetoond dat de modeltechniek betrouwbaar is, mits van te voren rekening wordt gehouden met de moeilijkheden door een te grote materiaaldemping in model en mits ook veel aandacht wordt geschonken aan

de details zoals elasticiteit en demping van rubber afdichtingen, wrijving en demping in scharnieren, elasticiteit van kabels enz.

#### **Verdere toepassingen van elastische gelijkvormige modellen.**

Na Hagestein zijn bij verschillende onderzoeken elastische gelijkvormige modellen van schuiven toegepast. Veelal kon met een sterk vereenvoudigd model worden volstaan doordat de elasticiteit van kabels overheersend was. Het werd dan als enkelvoudig massaveersysteem uitgevoerd, bijv. de rioolschuif van de zeesluis Terneuzen (fig. 11).

Fig. 12a t.e.m. d geeft een voorbeeld van dansende en sterk trillende ronde stalen buizen, die als noodkering dienst zouden moeten doen. In het elastische gelijkvormige model hiervan kwam het trillingsverschijnsel duidelijk naar voren, zodat een betere oplossing gevonden kon worden.

Ook bij de schuiven van de spuisluisen in het Haringvliet werd een elastisch gelijkvormig model toegepast bij het onderzoek naar de responsie bij golfklappen. Behalve enige modellen die als enkelvoudige massaveersystemen zijn uitgevoerd i.v.m. hefkrachtmetingen bij stroming en golven, is een elastisch gelijkvormig model gemaakt van één complete brugoverspanning met de twee bijbehorende schuiven (fig. 13). Zowel de elastische eigenschappen van de betonnen brug als van de stalen schuiven werden in het kunststofmodel gereproduceerd. Er is voor gezorgd dat ook de beplatingsstijfheid juist was, zodat geheel nagegaan kon worden hoe de klap door de constructie werd opgenomen. De materiaaldikte was voldoende om rekstrookjes te kunnen toepassen. Met behulp van de in het model met wind opgewekte golven kon de statistische verdeling van de golfhoogte worden gekoppeld aan de statistische verdeling van de optredende spanningen.

De modelresultaten konden op enige punten met berekeningen en met metingen in een elektrisch analogon worden geverifieerd.

<sup>2)</sup> Uitgevoerd door het instituut TNO voor Werktuigkundige Constructies.





waterloopkundig laboratorium postbus 177 delft